

## Περιεχόμενα

	Σελ.
Εισαγωγή	i
<b>Κεφάλαιο 1: Πρότυπα</b>	1
1.1 Ορισμοί και Παραδείγματα	1
1.2 Ομομορφισμοί Προτύπων	8
1.3 Αθροίσματα Προτύπων	13
<b>Κεφάλαιο 2: Παραγοντοποίηση σε Περιοχές</b>	21
2.1 Περιοχές Μοναδικής Παραγοντοποίησης	21
2.2 Περιοχές Κυρίων Ιδεωδών	29
2.3 Ευκλείδειες Περιοχές	33
2.4 Μοναδική Παραγοντοποίηση και Πολύωνυμα	39
<b>Κεφάλαιο 3: Ελεύθερα Πρότυπα</b>	46
3.1 Ελεύθερα Πρότυπα	46
3.2 Μέγιστα Ιδεώδη	52
3.3 Πληθώραριθμος Βάσης και Υποπρότυπα Ελεύθερου Προτύπου	56
<b>Κεφάλαιο 4: Η Κανονική Μορφή Smith και το Θεώρημα Βάσεων</b>	62
4.1 Κανονική Μορφή Smith	62
4.2 Μοναδικότητα στην Κανονική Μορφή Smith	71
4.3 Θεώρημα Βάσεων	76
<b>Κεφάλαιο 5: Θεωρήματα Δομής</b>	82
5.1 Θεωρήματα Ανάλυσης I και II	82
5.2 Μοναδικότητα στο Θεώρημα Ανάλυσης I	93
5.3 Μοναδικότητα στο Θεώρημα Ανάλυσης II	101
5.4 Σχόλια στα Θεωρήματα Δομής	108
<b>Κεφάλαιο 6: Θεωρήματα Δομής-Διαφορετικές Αποδείξεις</b>	114
6.1 Ανάλυση σε Άθροισμα Περιοδικού και Ελεύθερου, Ανάλυση Περιοδικού σε Άθροισμα των $p$ -Συνιστωσών του	114
6.2 Κυκλικά Πρότυπα και Μοναδικότητα Ανάλυσης $p$ -Περιοδικού σε Άθροισμα Κυκλικών	118
6.3 Ανάλυση $p$ -Περιοδικού σε Άθροισμα Κυκλικών και Θεωρήματα Δομής	120
<b>Κεφάλαιο 7: Εφαρμογές των Θεωρημάτων Δομής</b>	130
7.1 Μελέτη μιας Γραμμικής Απεικόνισης $a: V \rightarrow V$ μέσω των Θεωρημάτων Δομής	130
7.2 Υπολογισμός Κανονικών Μορφών Πινάκων	148
7.3 Καθορισμός Δομής Αβελιανής Ομάδας μέσω Παράστασης της	155
<b>Υποδείξεις-Απαντήσεις Επιλεγμένων Ασκήσεων</b>	159
<b>Ευρετήριο</b>	169
<b>Βιβλιογραφία</b>	171



## Εισαγωγή

Ο σκοπός του βιβλίου αυτού είναι η ταξινόμηση των πεπερασμένα παραγόμενων προτύπων πάνω από περιοχές κυρίων ιδεωδών. Ως εφαρμογές αποδεικνύουμε ότι κάθε τετραγωνικός πίνακας με στοιχεία από ένα σώμα έχει μοναδική ρητή κανονική μορφή και, όταν το σώμα είναι αλγεβρικά κλειστό, ότι κάθε τετραγωνικός πίνακας έχει ουσιαστικά μοναδική κανονική μορφή Jordan. Επίσης βρίσκουμε τη δομή μιας πεπερασμένα παραγόμενης αβελιανής ομάδας μέσω μιας παράστασής της με γεννήτορες και σχέσεις.

Για την κατανόηση του κειμένου είναι απαραίτητη η γνώση βασικών στοιχείων Άλγεβρας και Γραμμικής Άλγεβρας που συνήθως διδάσκονται σε ομώνυμα μαθήματα.

Στο Κεφάλαιο 1 εισάγονται τα πρότυπα. Στο Κεφάλαιο 2 εξετάζουμε περιοχές μοναδικής παραγοντοποίησης και περιοχές κυρίων ιδεωδών. Στο επόμενο κεφάλαιο μελετάμε ελεύθερα πρότυπα και αποδεικνύουμε αποτελέσματα για ελεύθερα πρότυπα πάνω από περιοχές κυρίων ιδεωδών. Στο Κεφάλαιο 4 μελετάμε την κανονική μορφή Smith πινάκων πάνω από περιοχές κυρίων ιδεωδών χρησιμοποιώντας ιδέες από τη Γραμμική Άλγεβρα. Επίσης αποδεικνύουμε το Θεώρημα Βάσεων. Τα κύρια αποτελέσματα του βιβλίου, δηλαδή η ταξινόμηση των πεπερασμένα παραγόμενων προτύπων πάνω από περιοχές κυρίων ιδεωδών, αποδεικνύονται στο Κεφάλαιο 5. Στο επόμενο κεφάλαιο δίνουμε διαφορετικές αποδείξεις των κύριων αποτελεσμάτων που είναι ανεξάρτητες από τα Κεφάλαια 4 και 5. Στο Κεφάλαιο 7 αποδεικνύουμε τις εφαρμογές που αναφέραμε πιο πάνω.

Στο τέλος του βιβλίου δίνονται υποδείξεις ή απαντήσεις σε πολλές από τις προτεινόμενες ασκήσεις.