

---

## Οι Απαρχές της Κβαντικής Φυσικής

---

Σε αυτό το κεφάλαιο θα εξετάσουμε τις κύριες φυσικές ιδέες και τις πειραματικές ανακαλύψεις που αψήφισαν την κλασική φυσική και οδήγησαν στην γέννηση της σύγχρονης φυσικής, κυρίως της κβαντομηχανικής. Η εισαγωγή της κβαντικής μηχανικής προκλήθηκε από την αποτυχία της κλασικής φυσικής να εξηγήσει ορισμένα μικροφυσικά φαινόμενα που παρατηρήθηκαν στο δεύτερο μισό του δέκατου ένατου αιώνα.

### 1.1 Ιστορική αναδρομή – Από την κλασική στη σύγχρονη φυσική

Στο τέλος του δέκατου ένατου αιώνα, η φυσική αποτελούνταν από ουσιαστικά από την κλασική μηχανική, τη θεωρία του ηλεκτρομαγνητισμού<sup>1</sup>, τη θερμοδυναμική και τη στατιστική μηχανική· το σύνολο αυτών των ευρύτερων τομέων της φυσικής έγινε αργότερα γνωστό ως *κλασική φυσική*. Η κλασική μηχανική χρησιμοποιήθηκε για την πρόβλεψη της δυναμικής των *υλικών σωμάτων*, και ο ηλεκτρομαγνητισμός του Maxwell παρείχε το κατάλληλο πλαίσιο για τη μελέτη της *ακτινοβολίας*: η *ύλη* και η *ακτινοβολία* περιγράφονταν με όρους *σωματιδίων* και *κυμάτων*, αντίστοιχα. Όσον αφορά τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ ύλης και ακτινοβολίας, εξηγούνταν καλά από τη δύναμη Lorentz ή από την Θερμοδυναμική. Η κλασική φυσική είναι γνωστή για ορισμένες από τις ...ιερές και απαραβίαστες αρχές της, κυρίως τον *ντετερμινιστικό* της χαρακτήρα και τον τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζει *τα σωματίδια και τα κύματα ως αμοιβαία αποκλειόμενα*. Γνωρίζοντας την αρχική κατάσταση ενός συστήματος ή αντικειμένου, η κλασική μηχανική μπορεί να μας παρέχει μια ακριβή (δηλ. ντετερμινιστική) περιγραφή του συστήματος. Για παράδειγμα, μπορούμε να προσδιορίσουμε ταυτόχρονα και με *άπειρη ακρίβεια* το τη θέση και την ταχύτητα του αντικειμένου και, συνεπώς, την τροχιά του σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Κατά συνέπεια, η συντριπτική επιτυχία της κλασικής φυσικής τον 19ο αιώνα έκανε τους ανθρώπους να πιστέψουν (αφελώς) ότι είχε επιτευχθεί η απόλυτη περιγραφή της φύσης. Φαινόταν ότι όλα τα γνωστά φυσικά φαινόμενα μπορούσαν να εξηγηθούν στο πλαίσιο των γενικών θεωριών της ύλης και της ακτινοβολίας που ήταν διαθέσιμες πριν από τα μέσα του δέκατου ένατου αιώνα.

Στη συνέχεια, μεταξύ του 1859 και του 1900, η κλασική φυσική διαπιστώθηκε ότι υπέφερε από διάφορους ανεφάρμοστους περιορισμούς: ορισμένα νεοανακαλυφθέντα φαινόμενα αποδείχθηκε ότι αψήφισαν την κλασική φυσική για πάνω από τέσσερις δεκαετίες. Μετά από μια σειρά αποτυχιών στην προσπάθεια να ξεπεραστούν αυτοί οι περιορισμοί, αναγνωρίστηκε ότι έπρεπε να προχωρήσει κανείς πέρα από την κλασική φυσική. Όπως θα δούμε παρακάτω, οι προσπάθειες αυτές οδήγησαν στη γέννηση της

---

<sup>1</sup>Η θεωρία του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό είχε ενοποιήσει τους, φαινομενικά διαφορετικούς, τρεις κλάδους της επιστήμης του ηλεκτρομαγνητισμού: τον ηλεκτρισμό, τον μαγνητισμό και την οπτική

κβαντομηχανικής.

Έτσι, στο υπόλοιπο αυτής της ενότητας, θα ασχοληθούμε με τα εξής: (α) θα συζητήσουμε εν συντομία ορισμένες από τις γνωστές ανακαλύψεις που αψήφησαν την κλασική φυσική μεταξύ 1859–1900 και (β) θα εξετάσουμε τις κύριες ιδέες και ανακαλύψεις που οδήγησαν στη γέννηση της κβαντομηχανικής.

### 1.1.1 1859–1900: Αποτυχία της Κλασικής Φυσικής στη Μικροσκοπική Κλίμακα

Στο δεύτερο μισό του δέκατου ένατου αιώνα, και μόλις οι πειραματικές τεχνικές αναπτύχθηκαν σε σημείο που να μπορούν να διερευνήσουν σε βάθος την ύλη σε μικροσκοπική κλίμακα (δηλαδή σε ατομικές και υποατομικές δομές), ανακαλύφθηκε ένας αριθμός νέων φαινομένων που αμφισβητούσαν την κλασική φυσική· κανένας επιστήμονας δεν μπόρεσε να τις εξηγήσει στο πλαίσιο της κλασικής φυσικής, παρά την προηγούμενη τεράστια επιτυχία της. Κυρίως μεταξύ αυτών των νέων ανακαλύψεων που αψήφησαν την κλασική φυσική, μπορούμε να αναφέρουμε τέσσερις χαρακτηριστικές περιπτώσεις: το πρόβλημα του μέλανος σώματος, οι τύποι Balmer και Rydberg, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και το φαινόμενο Zeeman.

#### 1859: Το πρόβλημα της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος

Με μια σειρά πειραμάτων, ο Kirchhoff<sup>1</sup> έδειξε ότι τα φάσματα εκπομπής ή απορρόφησης ενός Μέλανος Σώματος<sup>2</sup> εξαρτώνται από τις συχνότητες της ακτινοβολίας και από τη θερμοκρασία. Μεταξύ του 1860 και του 1900, οι φυσικοί αγωνίστηκαν μάταια να εξηγήσουν το πρόβλημα του μέλανος σώματος στο πλαίσιο της κλασικής φυσικής- οι πιο σοβαρές προσπάθειες, που κατέληξαν όμως σε αποτυχία, οφείλονται στον J. Stefan<sup>3</sup> το 1879 και τον μαθητή του Boltzman<sup>4</sup> το 1884, τον Wien<sup>5</sup> το 1896, και τον Rayleigh<sup>6</sup> το 1900. Θα δούμε στην υποενότητα 1.1.2 ότι ο Planck κατάφερε να λύσει το πρόβλημα του μέλανος σώματος το 1900 μόνο αφού ξέφυγε από την κλασική φυσική εισάγοντας μια νέα, ριζοσπαστική ιδέα που εγκαινίασε μια νέα εποχή στη φυσική.

#### 1885 και 1888: Οι τύποι Balmer και Rydberg

Μετά από χρόνια δοκιμών και λαθών κατά τη μελέτη του φωτός που εκπέμπεται από μια πηγή εκκένωσης υδρογόνου (σε λαμπτήρα εκκένωσης ή πυρακτώσεως), ο Balmer<sup>7</sup>, ένας Ελβετός καθηγητής γυμνασίου, κατάφερε το 1885 να εξαγάγει μια αριθμητική σχέση μεταξύ των μηκών κύματος των ορατών φασματικών γραμμών

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n \text{ είναι ακέραιος με } n > 2 \text{ και } R = 1.0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (1.1)$$

όπου  $n = 3, 4, 5, \dots, \infty$ . Αργότερα, οι γραμμές αυτές έγιναν γνωστές ως σειρά Balmer και το  $R$  ως σταθερά Rydberg. Το 1888, ο Rydberg<sup>8</sup> τροποποίησε το τύπο της σειράς Balmer για να συμπεριλάβει όλες τις φασματικές σειρές για το άτομο του υδρογόνου και μια πιο γενική σχέση

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad n_1 \text{ και } n_2 \text{ είναι ακέραιοι με } n_2 > n_1 \quad (1.2)$$

<sup>1</sup>G. Kirchhoff, Monatsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 662 (1859); 783 (1859); Annalen der Physik und Chemie 109 (2), 275 (1860); Philosophical Magazine, Series 4, Vol. 20, 1 (1860).

<sup>2</sup>Το μέλαν σώμα είναι ένα εξιδανικευμένο αντικείμενο (π.χ. ένα μεταλλικό υλικό) που απορροφά όλη την ακτινοβολία που πέφτει πάνω του, ανεξάρτητα από τη συχνότητα ή τη γωνία πρόσπτωσης της ακτινοβολίας. Όταν τέλειος απορροφητής όλης της προσπίπτουσας ακτινοβολίας που πέφτει πάνω του, το αντικείμενο αυτό θα εμφανίζεται “μαύρο”. Θα μελετήσουμε με περισσότερες λεπτομέρειες το θέμα αυτό στην Υποενότητα 1.2.

<sup>3</sup>Joseph Stefan, Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, 79, pp. 391–428 (1879).

<sup>4</sup>Ludwig Boltzmann, Ludwig, Annalen der Physik und Chemie 258 (6), pp. 291–294 (1884).

<sup>5</sup>Wilhelm Wien, Annalen der Physik 294, pp. 662–669 (1896).

<sup>6</sup>Lord Rayleigh, Philosophical Magazine 49, pp. 539–540 (1900).

<sup>7</sup>J. J. Balmer, Annalen der Physik und Chemie 25, pp. 80–85 (1885).

<sup>8</sup>J. R. Rydberg, Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar, 23 (11), pp. 1–177. English summary: J. R. Rydberg, “On the structure of the line-spectra of the chemical elements,” Philosophical Magazine, 5th series 29, pp. 331–337 (1890).

Αργότερα, η σχέση αυτή έγινε γνωστή ως τύπος Rydberg. Παρατηρήστε ότι, όταν  $n_1 = 2$ , ο τύπος Rydberg (1.2) ανάγεται στην εξίσωση Balmer (1.1). Αποδείχθηκε ότι οι δύο τύποι (1.1) και (1.2) συμφωνούν καλά με τα πειραματικά δεδομένα. Παρά το γεγονός ότι και οι δύο αναπαράγουν με ακρίβεια τα πειραματικά αποτελέσματα, ούτε ο Balmer ούτε ο Rydberg γνώριζαν γιατί οι τύποι τους λειτουργούσαν. Αυτό οφειλόταν στο γεγονός ότι ο Balmer και ο Rydberg δεν τους έβγαλαν από τις πρώτες αρχές· κατέληξαν σε αυτούς επί τούτω χρησιμοποιώντας καθαρή μαθηματική διορατικότητα, ενώ προσπαθούσαν να αναπαράγουν αριθμητικά τα πειραματικά δεδομένα. Εκ των υστέρων, αυτό είναι αναμενόμενο, δεδομένου ότι η κλασική φυσική δεν διαθέτει τα εργαλεία για την αντιμετώπιση φαινομένων που λαμβάνουν χώρα σε μικροσκοπική κλίμακα, όπως η ατομική φασματοσκοπία. Όπως θα δούμε στην Υποενότητα 1.1.2, έπρεπε να περιμένουμε μέχρι το 1911, όταν ο Niels Bohr εξήγαγε επιτυχώς αυτούς τους τύπους χρησιμοποιώντας ένα μείγμα κλασικής φυσικής καθώς και τη νέα ιδέα του Planck (βλέπε Εξ. (1.85)).

**ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ** Ο τύπος Balmer (1.1) περιγράφει μόνο τις φασματικές γραμμές της σειράς Balmer που αντιστοιχούν στο **ορατό** φως. Ωστόσο, ο τύπος Rydberg (1.2) είναι πιο γενικός και περιγράφει όλες τις σειρές, συμπεριλαμβανομένης της σειράς Balmer, και καλύπτει όλα τα μήκη κύματος που εκτείνονται από το μακρινό υπέρυθρο έως το υπεριώδες, όπως απεικονίζεται στον Πίνακα 1.1.

**Πίνακας 1.1** Σειρές που αντιστοιχούν στις διάφορες φασματικές γραμμές εκπομπής του υδρογόνου.

$n_1$	$n_2$	Σειρά	Είδος ακτινοβολίας
1	2, 3, 4, $\dots$ , $\infty$	Σειρά Lyman	Υπεριώδες
2	3, 4, 5, $\dots$ , $\infty$	Σειρά Balmer	Ορατό
3	4, 5, 6, $\dots$ , $\infty$	Σειρά Paschen	Υπέρυθρο
4	5, 6, 7, $\dots$ , $\infty$	Σειρά Brackett	Μακρινό υπέρυθρο
5	6, 7, 8, $\dots$ , $\infty$	Σειρά Pfund	Μακρινό υπέρυθρο
6	7, 8, 9, $\dots$ , $\infty$	Σειρά Humphreys	Μακρινό υπέρυθρο

### 1887: Το πρόβλημα του φωτοηλεκτρικού φαινομένου

Σε ένα ιστορικό πείραμα, ο Hertz<sup>1</sup> ανακάλυψε το *φωτοηλεκτρικό φαινόμενο* το 1887. Σε αυτό το πείραμα, ο Hertz παρατήρησε ότι τα ηλεκτρόνια μετατοπίζονται και εκτοξεύονται από ένα μέταλλο μετά την πρόσπτωση σε αυτό υπεριώδους ακτινοβολία. Για μια περίοδο σχεδόν δύο δεκαετιών, κανείς δεν μπόρεσε να λύσει αυτό το πρόβλημα στο πλαίσιο της κλασικής φυσικής. Μόνο αφού αναζητήσε μια λύση εκτός της κλασικής φυσικής, στηριζόμενος στη νέα ιδέα του Planck, ο Einstein κατάφερε να βρει μια ικανοποιητική εξήγηση στο φωτοηλεκτρικό πρόβλημα το 1905 (βλ. Υποενότητα 1.1.2).

### 1896: Το φαινόμενο Zeeman

Στις μελέτες του για την επίδραση που προκαλεί ένα ισχυρό μαγνητικό πεδίο στο φως που εκπέμπεται από ένα ακτινοβόλο αντικείμενο, ο Pieter Zeeman<sup>2</sup> παρατήρησε το 1896 τη *διάσπαση μιας φασματικής γραμμής σε διάφορες συνιστώσες* (διαφορετικών συχνοτήτων) καθώς το φως εισέρχεται σε μαγνητικό πεδίο. Αυτό το φαινόμενο έγινε αργότερα γνωστό ως *φαινόμενο Zeeman*. Δεδομένου ότι το φαινόμενο Zeeman λαμβάνει χώρα σε ατομική κλίμακα, και μια και τα μόνα θεωρητικά εργαλεία που είχαν στη διάθεσή τους οι επιστήμονες εκείνη την εποχή (1896) ήταν η κλασική φυσική και δεδομένου ότι η κλασική φυσική δεν ασχολείται με ατομικές ούτε με υποατομικές κλίμακες, το φαινόμενο Zeeman παρέμεινε ένα

<sup>1</sup>H. Hertz, *Annalen der Physik* 267 (8), pp. 983–1000 (1887).

<sup>2</sup>P. Zeeman, *Reports of the Ordinary Sessions of the Mathematical and Physical Section (Royal Academy of Sciences in Amsterdam)*, 5, pp. 181–184 and 242–248 (1896); P. Zeeman, *Philosophical Magazine* 43 (262), pp. 226–239 (1897); P. Zeeman, *Nature*, 55 (1424), 347 (1897).

ανοιχτό ερώτημα για αρκετές δεκαετίες. Θα δούμε στο Κεφάλαιο 5 (Υποενότητα 5.6.1) πώς το φαινόμενο Zeeman έλαβε μια ικανοποιητική εξήγηση, αλλά όχι πριν αυτή βρεθεί εκτός του πεδίου εφαρμογής της κλασικής φυσικής.

### Ο δέκατος ένατος αιώνας τελείωσε με πολλά ανοιχτά ερωτήματα

Εν ολίγοις, ο δέκατος ένατος αιώνας έληξε με αρκετά ανοιχτά ερωτήματα λόγω των περιορισμών της Κλασικής Φυσικής. Αυτά περιλαμβάνουν τα φαινόμενα που περιγράφονται παραπάνω – το πρόβλημα του μέλανος σώματος, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, τους τύπους Balmer και Rydberg και το φαινόμενο Zeeman, καθώς και άλλα όπως η προέλευση του πίνακα Mendeleev που αναπτύχθηκε το 1869 από τον Mendeleev<sup>1</sup>; οι ακτίνες Χ που ανακαλύφθηκαν από το Röntgen<sup>2</sup> το 1895. Η ραδιενέργεια, η οποία ανακαλύφθηκε κατα τύχη από τον Becquerel<sup>3</sup> το 1896, κλπ. Κανένας δεν ήταν σε θέση να εξηγήσει γιατί ο πίνακας Mendeleev είχε αυτήν τη δομή (όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 8, κάποιος μπορεί εύκολα να αποκτήσει τον πίνακα Mendeleev από πρώτες αρχές χρησιμοποιώντας την κβαντική μηχανική), ποια είναι η προέλευση των ακτίνων-Χ, και ποια είναι η υποκείμενη φυσική που εμπλέκεται στη ραδιενέργεια. Αυτά τα ανοιχτά ερωτήματα που παρέμειναν αναπάντητα για αρκετές δεκαετίες απέδειξαν και επιβεβαίωσαν ότι η *κλασική φυσική*, η οποία ήταν μάλλον αδιαμφισβήτητη, *παύει να είναι έγκυρη σε μικροσκοπική κλίμακα*. Τότε έγινε φανερό ότι δεν υπήρχε διέξοδος εκτός από την αναζήτηση μιας *αλλαγής παραδείγματος – μια σημαντική απομάκρυνση από την κλασική φυσική*. Στο υπόλοιπο αυτής της ενότητας, θα δώσουμε μια σύντομη περιγραφή των πιο καινοτόμων ιδεών που αναπτύχθηκαν για την επιτυχή επίλυση των ανοικτών προβλημάτων που αναφέρθηκαν παραπάνω και το πώς αυτές οι ιδέες οδήγησαν στη γέννηση της κβαντικής μηχανικής.

## 1.1.2 1900–1932: Έλευση της Κβαντομηχανικής – Νέα εποχή στη Φυσική

### 1900: Επίλυση του προβλήματος του μέλανος σώματος με τη νέα έννοια της κβάντωσης της ακτινοβολίας

Μετά από σχεδόν τέσσερις δεκαετίες διαδοχικών αποτυχημένων προσπαθειών των επιστημόνων να βρουν λύσεις στα εκκρεμή προβλήματα της εποχής εκείνης στο πλαίσιο της κλασικής φυσικής, ο Max Planck<sup>4</sup> κατάφερε τελικά να προσδιορίσει το πρόβλημα του μέλανος σώματος<sup>5</sup> πρόβλημα το 1900, αλλά όχι πριν θυσιάσει μια από τις πιο ιερές αρχές του: τη συνεχή φύση της ακτινοβολίας. Όπως θα δούμε στην Υποενότητα 1.2, ο Planck διατύπωσε την άποψη ότι η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ ακτινοβολίας και ύλης λαμβάνει χώρα σε *διακριτά* ή **κβαντικά** ποσά και όχι σε συνεχή ποσά όπως υπαγορεύει η κλασική φυσική. Ο Planck υποστήριξε ότι η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ ενός *ηλεκτρομαγνητικού κύματος* συχνότητας  $\nu$  και της ύλης λαμβάνει χώρα μόνο σε ακέραια πολλαπλάσια του  $h\nu$

$$E_n = n h \nu \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (1.3)$$

με  $E_1 = h\nu$  είναι η ενέργεια ενός *quantum* ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, όπου  $h$  είναι μια θεμελιώδης σταθερά που ονομάζεται *σταθερά του Planck*. Μετά την απόκτηση του νόμου ακτινοβολίας του, ο Planck μπόρεσε να αναπαράγει με μεγάλη ακρίβεια τη φασματική πυκνότητα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται από ένα μέλαν σώμα. Αξίζει να αναφερθεί ότι, εκτός από το ότι αποτέλεσε μια σημαντική ρήξη με την κλασική φυσική, η ιδέα του Planck εγκαινίασε μια νέα εποχή στη φυσική: τη

<sup>1</sup>D. Mendeleev, Journal für Praktische Chemie 106, 251 (1869).

<sup>2</sup>W. Röntgen, Aus den Sitzungsberichten der Würzburger Physik.-medic. Gesellschaft Würzburg, pp. 137–147 (1895); pp. 11–17 (1896); Mathematische und Naturwissenschaftliche Mitteilungen aus den Sitzungsberichten der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, pp. 392–406 (1897).

<sup>3</sup>H. Becquerel, Comptes Rendus, 122, pp.501–503 (1896).

<sup>4</sup>M. Planck, Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft 2, 202 (1900)

<sup>5</sup>Δύο ονόματα συνδέονται με το πρόβλημα του μέλανος σώματος, ο Chirchhoff που το ανακάλυψε και ο Planck που το εξήγησε. Ενώ ο Planck ήταν νέος καθηγητής στο πανεπιστήμιο του Βερολίνου, ο Chirchhoff ήταν πρόεδρος της θεωρητικής φυσικής εκεί μετά το θάνατο του Chirchhoff το 1887, ο Planck μπόρεσε να τον διαδεχθεί στη θέση του προέδρου.

γέννηση της κβαντικής φυσικής. Εκτός του ότι έδωσε μια ακριβή περιγραφή της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος, η νέα κβαντική ιδέα του Planck αποδείχθηκε ότι ήταν *μια παραδειγματική ιδέα με εκτεταμένες συνέπειες*. Προκάλεσε νέα σκέψη και πυροδότησε μια χιονοστιβάδα νέων ανακαλύψεων που έδωσαν λύσεις στα πιο σημαντικά προβλήματα της εποχής. Οι Einstein, Bohr, de Broglie, Heisenberg, Schrödinger, Pauli, και Dirac ήταν μεταξύ των πρώτων επιστημόνων που πήραν στα σοβαρά τη νέα κβαντική ιδέα του Planck, την παγίωσαν ισχυρά και την αξιοποίησαν για τις αντίστοιχες ιστορικές ανακαλύψεις τους- οι συνδυασμένες συνεισφορές τους άλλαξαν και διαμόρφωσαν τη φυσική για περισσότερο από έναν αιώνα τώρα. Όπως θα δούμε παρακάτω, το έργο του Planck ήταν τόσο πρωτοποριακό και συνεπές που ενέπνευσε και επέτρεψε στον Einstein να εξηγήσει το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, στον Bohr να αναπτύξει μια θεωρία ατομικής δομής που περιγράφει με επιτυχία τα ατομικά φάσματα (συμπεριλαμβανομένης της εξαγωγής των τύπων Balmer και Rydberg), στον de Broglie να λάβει την περίφημη εξίσωση μήκους κύματος-ορμής που δείχνει ότι τα σωματίδια εμφανίζουν κυματοειδείς ιδιότητες, στον Pauli για να προτείνει την απαγορευτική αρχή που εξηγεί τη δομή του κελύφους των ατόμων και την ποικιλία των χημικών στοιχείων και των συνδυασμών τους, στον Heisenberg να αναπτύξει τη διατύπωση του φορμαλισμού των πινάκων της κβαντομηχανικής, στον Schrödinger για να προτείνει την κυματική διατύπωση της κβαντομηχανικής, και στον Dirac για να επεκτείνει τη θεωρία της κβαντομηχανικής στο σχετικιστικό πεδίο και να προβλέψει με επιτυχία την ύπαρξη αντιύλης.

### 1905: Επίλυση του προβλήματος του φωτοηλεκτρικού φαινομένου με τη χρήση της έννοιας του κβάντου του φωτός

Προσπαθώντας να ερμηνεύσει το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο ο Einstein<sup>1</sup> αναγνώρισε ότι η ιδέα του Planck για την *κβάντωση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων* πρέπει να ισχύει επίσης και για το *φως*. Ως αποτέλεσμα, υποστήριξε ότι *το ίδιο το φως αποτελείται από διακριτά κομμάτια ενέργειας (ή μικροσκοπικά σωματίδια), που ονομάζονται φωτόνια, το καθένα με ενέργεια  $h\nu$*

$$E_{\text{photon}} = h\nu \quad (1.4)$$

όπου  $\nu$  είναι η συχνότητα του φωτός. Η εισαγωγή της έννοιας του φωτονίου επέτρεψε στον Αϊνστάιν να δώσει μια κομψή και ακριβή εξήγηση στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, το οποίο περίμενε μια λύση από την πρώτη πειραματική παρατήρησή του από τον Hertz το 1887. Θα παρουσιάσουμε μια ποσοτική αντιμετώπιση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου στην Υποενότητα 1.2.1.

### 1905: Ο Αϊνστάιν παρουσιάζει την ειδική θεωρία της σχετικότητας

Το 1905, ο Einstein<sup>2</sup> εισήγαγε σημαντικές αλλαγές στην κλασική μηχανική για να περιγράψει αντικείμενα που κινούνται με ταχύτητες συγκρίσιμες με την ταχύτητα του φωτός. Ως αποτέλεσμα, κατάφερε να συμβιβάσει την κλασική μηχανική με τη θεωρία του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό<sup>3</sup> Η θεωρία αυτή χρησιμοποιήθηκε το 1928 από τον Dirac για να επεκτείνει την κβαντομηχανική στο σχετικιστικό πεδίο.

**1913: Ο Bohr πρότεινε το μοντέλο των στοιβάδων του ατόμου και εξήγαγε τον τύπο Balmer-Rydberg** Μια άλλη σημαντική ανακάλυψη οφείλεται στον Niels Bohr. Αμέσως μετά το πειραματική ανακάλυψη του ατομικού πυρήνα από τον Rutherford<sup>4</sup> το 1911, και συνδυάζοντας το ατομικό μοντέλο του Rutherford, την ιδέα της κβάντωσης του Planck και τα φωτόνια του Αϊνστάιν, ο Bohr<sup>5</sup> εισήγαγε το 1913 το μοντέλο του για το άτομο του υδρογόνου το οποίο αποτελείται από ένα διακριτό αριθμό στοιβάδων (ή τροχιών) – το μοντέλο στηρίζεται σε τρία αξιώματα:

<sup>1</sup>A. Einstein, *Annalen der Physik* 17 (6), pp. 132–148 (1905).

<sup>2</sup>A. Einstein, *Annalen der Physik* 17 (10), pp. 891–921 (1905)

<sup>3</sup>J. C. Maxwell, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 155, pp. 459–512 (1865); J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Volumes 1 and 2, Clarendon Press, Oxford, 1873.

<sup>4</sup>E. Rutherford, *Philosophical Magazine*, Series 6, vol. 21, 669 (1911).

<sup>5</sup>N. Bohr, *Philosophical Magazine*, 21 (151), 1 (1913) / 26 (153), 476 (1913) / 26 (155), 857 (1913).

1. το ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από τον πυρήνα σε κυκλική τροχιά και μόνο ένα διακριτό σύνολο κλασικά επιτρεπόμενων τροχιών είναι διαθέσιμο στο ηλεκτρόνιο,
2. η στροφορμή του ηλεκτρονίου στην τροχιά είναι κβαντισμένη,  $L = n\hbar$  όπου  $\hbar = h/2\pi$  και  $n = 1, 2, 3, \dots$ , και
3. τα άτομα μπορούν να βρεθούν μόνο σε διακριτές ενεργειακές καταστάσεις και ότι η μεταβολή της ενέργειας ενός ηλεκτρονίου προκύπτει από το ότι το ηλεκτρόνιο κάνει κβαντικά άλματα από τη μία τροχιά στην άλλη και ότι κάθε άλμα (σε τροχιά υψηλότερης ή χαμηλότερης ενέργειας) συνοδεύεται πάντα από την εκπομπή ή απορρόφηση ενός φωτονίου της κατάλληλης συχνότητας  $\nu$  και της κατάλληλης ενέργειας  $h\nu$ . Ο Bohr υποστήριξε ότι η αλληλεπίδραση των ατόμων με την ακτινοβολία (δηλ. η εκπομπή ή η απορρόφηση ακτινοβολίας (φωτονίων) από τα άτομα) λαμβάνει χώρα μόνο σε διακριτές ποσότητες  $h\nu$ .

Όπως θα δούμε στην υποενότητα 1.6.2, το μοντέλο Bohr παρείχε ακριβή περιγραφή και ικανοποιητική εξήγηση σε διάφορα εκκρεμή προβλήματα, όπως η ατομική σταθερότητα και η ατομική φασματοσκοπία, συμπεριλαμβανομένης της αναπαραγωγής της εξαγωγής των τύπων Balmer-Rydberg από πρώτες αρχές. Είναι σαφές ότι το μοντέλο Bohr προκύπτει από ένα μείγμα κλασικής φυσικής και κβαντικής φυσικής- είναι ένα ημικλασικό μοντέλο επειδή συνδυάζει την κλασική έννοια της τροχιάς ενός ηλεκτρονίου (αξίωμα 1) με τις έννοιες της κβάντωσης που εισήγαγαν ο Plank και ο Einstein (αξιώματα 2 και 3).

### 1922: Πειραματική απόδειξη για την κβάντωση της Στροφορμής

Η πρώτη πειραματική απόδειξη για την κβάντωση του χωρικού προσανατολισμού της στροφορμής στην ατομική κλίμακα δόθηκε από τους Stern και Gerlach<sup>1</sup> το 1922 χρησιμοποιώντας άτομα αργύρου (Ag). Όπως θα δούμε σύντομα παρακάτω καθώς και στην Υποενότητα 5.6.1, αν και η έννοια του "σπιν" (της εγγενούς στροφορμής) του ηλεκτρονίου είχε διατυπωθεί από τους Goudsmith και Uhlenbeck το 1925, το πείραμα Stern-Gerlach παρείχε την πρώτη άμεση απόδειξη για την ύπαρξη του σπιν του ηλεκτρονίου και ότι αυτό είναι κβαντισμένο.

### 1923: Επιβεβαίωση ότι τα φωτόνια είναι σωματίδια (κβαντική αντίληψη της ακτινοβολίας)

Η ανακάλυψη του Compton<sup>2</sup> το 1923 παρείχε τα πιο πειστικά στοιχεία για τη σωματιδιακή υφή της ακτινοβολίας. Μελετώντας τη σκέδαση των ακτίνων-Χ με ηλεκτρόνια, επιβεβαίωσε ότι τα φωτόνια των ακτίνων-Χ συμπεριφέρονται σαν σωματίδια με ορμή  $h\nu/c$ , όπου  $\nu$  είναι η συχνότητα των ακτίνων-Χ. "Αυτή η αξιοσημείωτη συμφωνία μεταξύ των τύπων μας και των πειραμάτων δεν μπορεί παρά να αφήσει ελάχιστες αμφιβολίες ότι η σκέδαση των ακτίνων-Χ είναι ένα κβαντικό φαινόμενο", κατέληξε ο Compton στην εργασία του.

### 1924: Η υπόθεση του de Broglie για τη σωματιδιακή υφή των κυμάτων

Λες και τα πράγματα δεν ήταν αρκετά άσχημα για την κλασική φυσική, de Broglie<sup>3</sup>, ως μέρος της διδακτορικής του διατριβής, εισήγαγε το 1924 μια άλλη νέα ιδέα με την οποία η κλασική φυσική δεν έχει κανένα θεωρητικό εργαλείο για να συμβιβαστεί με αυτήν: διατύπωσε την άποψη ότι όχι απλώς η ακτινοβολία δεν παρουσιάζει μόνο σωματιδιακή συμπεριφορά, αλλά, αντίθετα, τα ίδια τα υλικά σωματίδια παρουσιάζουν συμπεριφορά που μοιάζει με κύμα. Προέβλεψε ότι ένα ηλεκτρόνιο με ορμή  $p$  μπορεί να συμπεριφέρεται ως κύμα μήκους κύματος  $\lambda$  (πολύ παρόμοια με τις ακτίνες Χ), όπου  $p$  και  $\lambda$  συνδέονται με την σχέση  $p = h/\lambda$ , η οποία είναι γνωστή ως σχέση de Broglie. Αυτή η κυματική συμπεριφορά των ηλεκτρονίων επιβεβαιώθηκε πειραματικά το 1927 από τους Davisson και Germer<sup>4</sup>. Διεξήγαγαν μια σειρά πειραμάτων

<sup>1</sup>W. Gerlach and O. Stern, Zeitschrift für Physik, 9, pp. 349–352 (1922); W. Gerlach and O. Stern, Zeitschrift für Physik, 9, pp. 353–355 (1922).

<sup>2</sup>A. Compton, Phys. Rev. 21, pp. 483–502 (1923).

<sup>3</sup>L. de Broglie, Annales de Physique 3, 22 (1925)

<sup>4</sup>C. J. Davisson και L. H. Germer, Phys. Rev. 30, 705 (1927)- Nature 119, 558 (1927)

στα οποία έδειξαν ότι μπορούν να ληφθούν διαγράμματα περίθλασης και παρεμβολής με υλικά σωματίδια όπως τα ηλεκτρόνια. Σύμφωνα με την κλασική φυσική, τα μοτίβα περίθλασης και παρεμβολής είναι ιδιότητες μόνο των κυμάτων- τα μοτίβα αυτά δεν μπορούν να ληφθούν από σωματίδια.

### 1925: Η απαγορευτική αρχή του Pauli

Στις αρχές του εικοστού αιώνα, αναγνωρίστηκε ότι τα άτομα με ζυγό αριθμό ηλεκτρονίων είναι χημικά πιο σταθερά από εκείνα με μονό αριθμό ηλεκτρονίων. Το 1919, ο Langmuir<sup>1</sup> πρότεινε ότι ο περιοδικός πίνακας μπορεί να εξηγηθεί αν τα ηλεκτρόνια ενός ατόμου καταλαμβάνουν ένα σύνολο από κελύφη γύρω από τον πυρήνα. Στη συνέχεια, το 1921, ο Bohr<sup>2</sup> αναθεώρησε το μοντέλο του για το άτομο προτείνοντας ότι ορισμένοι αριθμοί ηλεκτρονίων, όπως 2, 8 και 18, αντιστοιχούν σε *κλειστά κελύφη* και ότι τα κελύφη αυτά είναι *σταθερά*. Στο ατομικό του μοντέλο, ο Bohr περιέγραψε την κβαντική κατάσταση του ηλεκτρονίου μέσω τριών κβαντικών αριθμών που αντιστοιχούν στους τρεις χωρικούς βαθμούς ελευθερίας του ηλεκτρονίου λόγω της τροχιακής του κίνησης γύρω από τον πυρήνα. Το 1924, ο Pauli πρότεινε να προστεθεί ένας τέταρτος κβαντικός αριθμός στους τρεις αριθμούς που εισήγαγε νωρίτερα ο Bohr- υποστήριξε ότι ο τέταρτος κβαντικός αριθμός μπορεί να πάρει μόνο δύο τιμές και ότι δεν έχει κλασικό αντίστοιχο. Όπως θα δούμε αμέσως παρακάτω, οι Goudsmith και Uhlenbeck ήταν οι πρώτοι που πρότειναν την ιδέα ότι αυτός ο τέταρτος κβαντικός αριθμός αντιστοιχεί στη στροφορμή *spin* και ότι δεν έχει καμία σχέση με τους χωρικούς βαθμούς ελευθερίας του ηλεκτρονίου. Χρησιμοποιώντας αυτόν τον τέταρτο κβαντικό αριθμό, ο Pauli μπόρεσε να εξηγήσει το πρόβλημα του κλειστού κελύφους που είχε προτείνει ο Bohr. Στη συνέχεια, το 1925, ο Pauli<sup>3</sup> προχώρησε ένα βήμα παραπέρα εισάγοντας την αρχή του αποκλεισμού, η οποία ανέφερε ότι *δύο ηλεκτρόνια δεν μπορούν να καταλάβουν την ίδια κβαντική κατάσταση ταυτόχρονα σε ένα άτομο*- δηλαδή, δύο ηλεκτρόνια σε ένα άτομο δεν μπορούν να καταλάβουν μια κατάσταση με τις ίδιες τιμές για τους τέσσερις κβαντικούς αριθμούς. Αυτή η αρχή, η οποία αργότερα έγινε γνωστή ως *απαγορευτική αρχή του Pauli* επέτρεψε στον Pauli να εξηγήσει τελικά τη δομή του περιοδικού πίνακα. Το 1940, ο Pauli γενίκευσε την απαγορευτική αρχή σε όλα τα φερμιόνια (δηλαδή τα σωματίδια με ημιακέραιο spin) με το *στατιστικό θεώρημα του spin* το οποίο δηλώνει ότι *όλα τα σωματίδια με ημιακέραιο spin υπακούουν στην απαγορευτική αρχή, ενώ τα σωματίδια με ακέραιο spin (μποζόνια) όχι*.

### 1925: Ανακάλυψη του spin του ηλεκτρονίου και εξήγηση του φαινομένου Zeeman

Με βάση την ανάλυση των ατομικών φασμάτων του 1925 (ιδίως του φαινομένου Zeeman) και εμπνευσμένοι από το έργο του Pauli, δύο νέοι μεταπτυχιακοί φοιτητές, οι Goudsmith και Uhlenbeck<sup>4</sup>, δημοσίευσαν μια σειρά άρθρων στα οποία υποστήριξαν ότι τα ηλεκτρόνια έχουν *spin* (δηλ, εγγενή στροφορμή). Στην πραγματικότητα, απλώς ερμήνευσαν τον τέταρτο κβαντικό αριθμό που εισήγαγε ο Pauli ως spin του ηλεκτρονίου. Αν και η έννοια του spin εισήχθη ρητά το 1925 από τους Goudsmith και Uhlenbeck, η πρώτη άμεση απόδειξη για την ύπαρξη του spin του ηλεκτρονίου είχε παρατηρηθεί τρία χρόνια νωρίτερα από το πείραμα Stern-Gerlach (βλ. υποενότητα 5.6.1). Ωστόσο, το πείραμα Stern-Gerlach δεν σχεδιάστηκε για να μελετήσει το spin (μια έννοια που δεν είχε ακόμη εισαχθεί το 1922), αλλά για να ελέγξει την υπόθεση Bohr-Sommerfeld σχετικά με την *χωρική* κβάντωση της στροφορμής στην ατομική κλίμακα. Επιπλέον, ο Pauli έφτασε πολύ κοντά στην ανακάλυψη του spin του ηλεκτρονίου όταν πρότεινε την ιδέα ότι το ηλεκτρόνιο έχει έναν τέταρτο κβαντικό αριθμό που μπορεί να πάρει μόνο δύο τιμές. Από ιστορική άποψη, είναι προφανές ότι οι Stern και Gerlach το 1922 και ο Pauli το 1925 έχασαν οριακά την ευκαιρία να είναι οι πρώτοι που αναγνώρισαν την ύπαρξη του spin του ηλεκτρονίου. Μετά την εισαγωγή της έννοιας του spin το 1925, οι Goudsmith και Uhlenbeck μπόρεσαν επιτέλους να δώσουν μια ικανοποιητική εξήγηση για το

<sup>1</sup>I. Langmuir, *The Arrangement of Electrons in Atoms and Molecules*, Journal of the American Chemical Society 41 (6), pp. 868–934 (1919).

<sup>2</sup>N. Bohr, Nature 107 (2682), σελ. 104-107 (1921)

<sup>3</sup>W. Pauli, Zeitschrift für Physik 31 (1), σσ. 765-783 (1925)- Z. Physik 32, 794 (1925)

<sup>4</sup>S. Goudsmit και G.E. Uhlenbeck, Physica 5, 266 (1925)- G.E. Uhlenbeck και S. Goudsmit, Naturwissenschaften 47, 953 (1925)- G.E. Uhlenbeck και S. Goudsmit, Nature 117, 264 (1926)- S. Goudsmit and G.E. Uhlenbeck, Physica 6, 273 (1926)

φαινόμενο Zeeman που περίμενε μια εξήγηση από την ανακάλυψή του το 1896- θα ασχοληθούμε με αυτό το θέμα στην Υποενότητα 5.6.1.

### 1925-1926: Δύο φορμαλισμοί της κβαντομηχανικής

Μεταξύ των ετών 1900-1925, η κβαντική θεωρία διαμορφώθηκε από τις επιμέρους συνεισφορές γιγάντων όπως οι Planck, Einstein, Bohr, Sommerfeld, de Broglie, Jordan, Born, Pauli και άλλων. Το σύνολο αυτών των συνεισφορών έγινε αργότερα γνωστό ως *παλαιά κβαντική θεωρία*- αυτό γίνεται για να την αντιπαραβάλουμε με την *σύγχρονη κβαντομηχανική* που εισήχθη το 1925, όπως θα δούμε αμέσως παρακάτω. Αυτή η περίοδος κυριαρχούταν από συλλογισμούς και επιδιορθώσεις που στόχευαν κυρίως στην αντιμετώπιση των διαφόρων ελλείψεων της κλασικής φυσικής. Για παράδειγμα, το σύστημα “κβάντωσης” που εισήχθη από τον Planck το 1900 και τα αξιώματα που υιοθέτησε ο Bohr για την οικοδόμηση του ατομικού του μοντέλου (το σημαντικότερο συστατικό της παλιάς κβαντικής θεωρίας) ήταν αρκετά αυθαίρετα και δεν προέκυπταν από πρώτες αρχές μιας συνεπούς θεωρίας. Η ίδια η δυσαρέσκεια για την αυθαίρετη φύση των ιδεών της παλιάς κβαντικής θεωρίας, καθώς και η ανάγκη να συνδυαστούν στο πλαίσιο μιας συνεπούς θεωρίας, ήταν που ώθησε τους Heisenberg και Schrödinger να αναζητήσουν το θεωρητικό υπόβαθρο που διέπει αυτές τις νέες ιδέες. Μέχρι το 1925 οι προσπάθειές τους απέδωσαν καρπούς: ένωσαν επιδέξια τα διάφορα πειραματικά ευρήματα καθώς και τη θεωρία του Bohr για την ατομική δομή σε μια εκλεπτυσμένη θεωρία: *την Κβαντική Μηχανική*. Ιστορικά, υπήρξαν δύο ανεξάρτητες διατυπώσεις της κβαντικής θεωρίας που προτάθηκαν σχεδόν ταυτόχρονα από τον Heisenberg και τον Schrödinger.

### 1925: Η διατύπωση της κβαντομηχανικής του Heisenberg με βάση τους πίνακες

Η πρώτη διατύπωση, που ονομάζεται **Μηχανική Πινάκων**, αναπτύχθηκε από τον Heisenberg<sup>1</sup> για να περιγράψει την ατομική δομή ξεκινώντας από την παρατηρούμενη *διακριτή* φύση των φασματικών γραμμών. Εμπνευσμένος από την εργασία του Planck για την κβάντωση των κυμάτων και από το μοντέλο του Bohr για το άτομο του υδρογόνου, ο Heisenberg θεμελίωσε τη θεωρία του στην ιδέα ότι οι μόνες επιτρεπόμενες τιμές ανταλλαγής ενέργειας μεταξύ μικροφυσικών συστημάτων είναι αυτές που είναι διακριτές: τα *κβάντα* της ενέργειας. Η κεντρική ιδέα της μηχανικής των πινάκων του Heisenberg είναι ότι όλα τα φυσικά μεγέθη πρέπει να αναπαρίστανται από άπειρους Ερμιτιανούς (ή αυτοπροσαρτημένους) πίνακες. Συγκεκριμένα, αναπαριστώντας την ενέργεια με έναν ερμιτιανό πίνακα (τη Χαμιλτονιανή), ο Heisenberg κατέληξε σε ένα πρόβλημα ιδιοτιμών που περιγράφει τη δυναμική των μικροσκοπικών συστημάτων – η διαγωνοποίηση του Χαμιλτονιανού πίνακα δίνει το ενεργειακό φάσμα και τα διανύσματα κατάστασης του συστήματος. Λίγο μετά την παρουσίαση της θεωρίας του Heisenberg, οι Born και Jordan<sup>2</sup> κατάφεραν να εκπονήσουν μια αυστηρή διατύπωση της μηχανικής των πινάκων το 1925- λίγους μήνες αργότερα, οι Born, Heisenberg και Jordan<sup>3</sup> έδωσαν μια ακόμη πιο λεπτομερή επεξεργασία της μηχανικής των πινάκων το 1926. Η μηχανική πινάκων του Heisenberg αποδείχθηκε πολύ επιτυχημένη στο να εξηγήει τα εμπειρικά αποτελέσματα σχεδόν όλων των φασματοσκοπικών δεδομένων που ήταν διαθέσιμα εκείνη την εποχή.

### 1926: Η κυματική διατύπωση της κβαντομηχανικής του Schrödinger

Η δεύτερη διατύπωση, που ονομάζεται **κυματομηχανική**, οφείλεται στον Schrödinger<sup>4</sup> ο οποίος τη στήριξε στην ιδέα του de Broglie ότι η ύλη μπορεί να έχει κυματικές ιδιότητες. Δυσανεστημένος με την αναλογία ιδεών της αστρονομίας που χρησιμοποιήθηκαν από τους Bohr και Sommerfeld για να περιγράψουν τις φασματικές γραμμές με όρους ηλεκτρονίων σε καλά καθορισμένες ελλειπτικές τροχιές γύρω από τον πυρήνα, που μοιάζουν πολύ με την τροχιακή κίνηση των πλανητών γύρω από τον ήλιο, ο Schrödinger ακολούθησε

<sup>1</sup>W. Heisenberg, *Zeitschrift für Physik*, Vol. 33, No. 1, pp. 879–893 (1925)- *Die Naturwissenschaften*, 14, pp. 899–894 (1926).

<sup>2</sup>M. Born and P. Jordan, *Zeitschrift für Physik*, 34, pp. 858–888 (1925)

<sup>3</sup>M. Born, W. Heisenberg, and P. Jordan, *Zeitschrift für Physik*, 35, pp. 557-615 (1926).

<sup>4</sup>E. Schrödinger, *Ann. Phys.*, 79, 361 (1926); 79, 489 (1926); 79, 734 (1926); 80, 437 (1926); 81, 109 (1926); *Die Naturwissenschaften*, 14, 664 (1926); *Phys. Rev.*, Vol. 28, No. 6, 1049 (1926); *Collected Papers on Wave Mechanics*, Blackie & Son, London, 1928.



μια εντελώς διαφορετική προσέγγιση. Στη θεωρία του, η οποία αργότερα έγινε γνωστή ως κυματομηχανική, ο Schrödinger απεικόνιζε τα ηλεκτρόνια ως κυματοειδή αντικείμενα με τα φορτία τους κατανεμημένα στο χώρο και θεωρούσε ότι οι θέσεις των ηλεκτρονίων στο χώρο μπορούν να προσδιοριστούν μόνο μέχρι μια ορισμένη σχετική πιθανότητα. Η κυματική διατύπωση του Schrödinger, η οποία είναι πιο διαισθητική από τη μηχανική των πινάκων, περιγράφει τη δυναμική της μικροσκοπικής ύλης (όπως τα ηλεκτρόνια) μέσω μίας *εξίσωση κύματος*, που ονομάζεται *εξίσωση Schrödinger*. Αντί του προβλήματος ιδιοτιμών του Heisenberg, ο Schrödinger έλαβε μια *διαφορική εξίσωση*. Οι λύσεις της αυτής της εξίσωσης δίνουν το ενεργειακό φάσμα και την κυματοσυνάρτηση του εξεταζόμενου συστήματος.

### 1926: Οι δύο φορμαλισμοί της κβαντομηχανικής αποδείχθηκαν ισοδύναμοι

Οι δύο φαινομενικά διαφορετικές διατυπώσεις της κβαντομηχανικής από τον Heisenberg και τον Schrödinger αποδείχθηκαν ισοδύναμες, κυρίως από τον Schrödinger το 1926, τον Dirac το 1927 και τον John Von Neumann το 1932 (όπως θα δούμε παρακάτω). Στον Schrödinger<sup>1</sup> πιστώνεται ότι ήταν ο πρώτος που έθεσε το ερώτημα το 1926 σχετικά με τη σύνδεση μεταξύ της μηχανικής πινάκων και της κυματομηχανικής. Σχεδόν ταυτόχρονα, ο Dirac<sup>2</sup> έδειξε ότι οι θεωρίες Heisenberg και Schrödinger μπορούν να προκύψουν από μια πιο γενική διατύπωση της κβαντομηχανικής, που ονομάζεται *θεωρία μετασχηματισμού*, που ο ίδιος ανέπτυξε στο πλαίσιο της διδακτορικής του διατριβής. Σε αυτή την προσέγγιση, όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 2, ο Dirac χρησιμοποίησε τον αφηρημένο συμβολισμό bracket όπου οι κβαντικές καταστάσεις περιγράφονται με τη βοήθεια των kets (διανύσματα καταστάσεων), ο δυϊκός μετασχηματισμός των kets δίνει τα αντιστοιχά bras και το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ ενός ket και ενός bra οδηγεί σε ένα bracket- τα kets και τα bras είναι στοιχεία ενός χώρου Hilbert. Η έννοια του “μετασχηματισμού” αναφέρεται στις αλλαγές που υφίστανται οι κβαντικές καταστάσεις στο χρόνο. Όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 2, η αναπαράσταση του φορμαλισμού Dirac σε μια *διακριτή* βάση επιστρέφει τη διατύπωση της κβαντομηχανικής του Heisenberg με μήτρες, ενώ η αναπαράστασή του σε μια *συνεχή* βάση – η αναπαράσταση θέσης ή ορμής – δίνει την κυματομηχανική του Schrödinger. Ο Dirac τελειοποίησε τη γενική του διατύπωση της κβαντομηχανικής και τη δημοσίευσε το 1930 στην πραγματεία του<sup>3</sup> που τελικά έγινε ένα από τα πιο σημαντικά κείμενα της κβαντομηχανικής. Αξίζει να αναφερθεί ότι, ενώ η μηχανική πινάκων του Heisenberg φαινόταν αρκετά αφηρημένη και όχι εύκολα εφαρμόσιμη σε πολλά προβλήματα, η κυματική διατύπωση του Schrödinger αποδείχθηκε πρακτική και εύκολα κατανοητή. Ενώ η μηχανική των πινάκων βρέθηκε να είναι αποτελεσματική μόνο σε έναν περιορισμένο αριθμό προβλημάτων, όπως ο μονοδιάστατος αρμονικός ταλαντωτής (βλ. Κεφάλαιο 4), η κυματομηχανική αποδείχθηκε πολύ επιτυχής στο να προσφέρει λύσεις σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων, που κυμαίνονται από μονοδιάστατα έως τρισδιάστατα προβλήματα, όπως θα δούμε στα Κεφάλαια 4 και 6. Μια από τις μεγάλες επιτυχίες της εξίσωσης Schrödinger είναι η ακριβής περιγραφή του ατόμου του υδρογόνου (βλέπε Κεφάλαιο 6). Ενώ η διατύπωση Schrödinger αφορά μια διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης (εξίσωση Schrödinger), η προσέγγιση Heisenberg αφορά ένα αφηρημένο πρόβλημα ιδιοτιμών σε μορφή πίνακα. Σε αυτό το πλαίσιο, αξίζει να αναφερθεί ότι ο Hilbert είχε προτείνει στον Heisenberg να βρει μια διαφορική εξίσωση που θα αντιστοιχούσε στις εξισώσεις ιδιοτιμών του πίνακα και, για κάποιο λόγο, ο Heisenberg δεν έκανε πράξη αυτή τη σύσταση- αν είχε ακολουθήσει την πρόταση του Hilbert, ο Heisenberg μπορεί να είχε ανακαλύψει την εξίσωση Schrödinger πριν από τον Schrödinger. Λόγω του περιορισμένου εύρους εφαρμογής της μηχανικής των πινάκων του Heisenberg και της αφηρημένης φύσης της, η κυματομηχανική του Schrödinger έγινε τελικά η μέθοδος εκλογής για την κβαντομηχανική λόγω της πρακτικότητας και της δυνατότητας εφαρμογής της σε ευρείες περιοχές της ατομικής και μοριακής φυσικής. Εκτός από την ακριβή αναπαραγωγή των υφιστάμενων πειραματικών δεδομένων που αφορούν την ατομική και μοριακή φυσική, η κβαντομηχανική αποδείχθηκε ότι διαθέτει μια εκπληκτικά αξιόπιστη προβλεπτική ικανότητα, η οποία

<sup>1</sup>E. Schrödinger, “On the Relation of the Heisenberg-Born-Jordan Quantum Mechanics and Mine”, *Annalen der Physik*, 79, pp. 734–756 (1926).

<sup>2</sup>P. A. M. Dirac, *Proceedings of the Royal Society of London A*, 113 (1927), σσ. 621–641 (1927)

<sup>3</sup>P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Cambridge University Press (1930)

της επέτρεψε να εξερευνήσει και να αποκαλύψει πολλές αχαρτογράφητες περιοχές του μικροφυσικού κόσμου. Αυτή η νέα θεωρία είχε βάλει τέλος στην εικοσιπενταετή (1900–1925) επί τούτω, αποσπασματική εφαρμογή της παλιάς κβαντικής θεωρίας.

### 1926: Πιθανοκρατική ερμηνεία της κβαντομηχανικής

Μια άλλη σημαντική συμβολή στην κβαντομηχανική οφείλεται στον Max Born<sup>1</sup> το 1926, όταν πρότεινε την *πιθανοκρατική* ερμηνεία της κυματομηχανικής. Ερμήνευσε το τετράγωνο της κυματοσυνάρτησης (δηλαδή τη λύση της εξίσωσης Schrödinger) ως *πυκνότητα πιθανότητας*- υποστήριξε ότι η πυκνότητα πιθανότητας να βρεθεί ένα σωματίδιο σε ένα δεδομένο σημείο είναι ανάλογη του τετραγώνου του μεγέθους της κυματοσυνάρτησης του σωματιδίου στο σημείο αυτό. Αυτή η ερμηνεία δημιούργησε με επιτυχία μια σύνδεση μεταξύ της θεωρίας της κβαντομηχανικής και του τεράστιου όγκου πειραματικών αποτελεσμάτων. Η συντριπτική επιτυχία της πιθανοκρατικής ερμηνείας της κβαντομηχανικής θεωρήθηκε ως ένα από τα σημαντικότερα σημεία καμπής στην ιστορία της κβαντομηχανικής: η εμφάνιση και η αποδοχή του *ιντετερμινισμού* στη φυσική. Μέχρι την εισαγωγή της πιθανοτικής ερμηνείας Born, η φυσική θεωρούνταν ντετερμινιστική – ο ντετερμινισμός ήταν ένας από τους πιο ιερούς πυλώνες της κλασικής φυσικής. Η κλασική έννοια της θέωσης του ηλεκτρονίου ως σημειακού σωματιδίου που κινείται σε μια σαφώς καθορισμένη τροχιά γύρω από τον πυρήνα αντικαθίσταται στην κυματομηχανική από ένα νέφος που περιγράφει τις πιο πιθανές θέσεις του ηλεκτρονίου.

### 1927: Η αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg

Στη διατύπωση της μηχανικής των πινάκων, ο Heisenberg αναγνώρισε ένα σημαντικό γεγονός: δυναμικές μεταβλητές όπως η θέση και η ορμή *δεν αντιμετατίθενται* μεταξύ τους. Αυτό οφείλεται στα μαθηματικά των πινάκων: γενικά, το γινόμενο δύο πινάκων  $A$  και  $B$  δεν αντιμετατίθεται:  $AB \neq BA$ . Για παράδειγμα, δεδομένου ότι οι πίνακες που αντιπροσωπεύουν τη θέση και την ορμή δεν αντιμετατίθενται, ο Heisenberg έδειξε ότι ο μεταθέτης μεταξύ των πινάκων θέσης και ορμής δίνεται από τη σχέση  $XP - PX = i\hbar$  όπου  $\hbar = h/2\pi$ ,  $h$  είναι η σταθερά του Planck. Αυτή η αντιμεταθετική σχέση, η οποία θεωρείται ο σημαντικότερος μεταθέτης της κβαντομηχανικής, αντιπροσωπεύει μια σημαντική απόκλιση από την κλασική φυσική όπου οι δυναμικές μεταβλητές αντιμετατίθενται:  $XP = PX$ . Η παρατήρηση αυτή οδήγησε τον Heisenberg<sup>2</sup> φυσικά στην *αρχή της αβεβαιότητας* η οποία, στην απλούστερη μορφή της, δηλώνει ότι *δεν μπορούμε να μετρήσουμε ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με άπειρη ακρίβεια*- όσο ακριβέστερα προσπαθήσει κανείς να μετρήσει τη θέση, τόσο πιο αβέβαιη θα γίνει η ορμή, και αντίστροφα. Η αρχή αυτή ισχύει επίσης για την ενέργεια και το χρόνο: *η ενέργεια ενός σωματιδίου και ο χρόνος δεν μπορούν να μετρηθούν ταυτόχρονα με άπειρη ακρίβεια*. Ο Heisenberg κατέληξε στις ακόλουθες ιστορικά σημαντικές μαθηματικές σχέσεις που διέπουν τις αβεβαιότητες μεταξύ θέσης-ορμής και ενέργειας-χρόνου

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2 \quad \text{και} \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar/2 \quad (1.5)$$

όπου  $\Delta x$ ,  $\Delta p$ ,  $\Delta E$  και  $\Delta t$  είναι οι αβεβαιότητες της θέσης, της ορμής, της ενέργειας και του χρόνου, αντίστοιχα, και  $\hbar = h/2\pi$ . Για να διατυπώσει την αρχή της αβεβαιότητας, ο Heisenberg είχε πραγματοποιήσει ένα νοητό πείραμα, στο οποίο φαντάστηκε τη μέτρηση της θέσης ενός ηλεκτρονίου με ένα μικροσκόπιο ακτίνων γάμμα. Το φωτόνιο υψηλής ενέργειας που χρησιμοποιήθηκε για τη διερεύνηση του ηλεκτρονίου θα έδινε μια κλωτσιά στο ηλεκτρόνιο με αποτέλεσμα η ορμή του να μεταβληθεί με αβέβαιο τρόπο. Ως εκ τούτου, ένα μικροσκόπιο υψηλότερης ανάλυσης, το οποίο θα μας δώσει μια ακριβέστερη ανάγνωση της θέσης του ηλεκτρονίου, θα απαιτούσε προφανώς μια δέσμη ακτίνων γάμμα υψηλότερης ενέργειας- αυτό θα κατέληγε να προσδώσει ακόμα μεγαλύτερη ορμή στο ηλεκτρόνιο και, ως εκ τούτου, θα προκαλούσε ακόμα μεγαλύτερη αβεβαιότητα σχετικά με την ορμή του. Κατά συνέπεια, όσο ακριβέστερα προσπαθεί

<sup>1</sup>M. Born, Zeitschrift für Physik 38, pp. 803–827 (1926).

<sup>2</sup>W. Heisenberg, Zeitschrift für Physik 43, σσ. 172-198 (1927)- αγγλική μετάφραση στο *Wheeler and Zurek*, σσ. 62-84 (1983).

κάνεις να μετρήσει τη θέση, τόσο πιο αβέβαιη θα γινόταν η ορμή, και το αντίστροφο. Ο Heisenberg υποστήριξε ότι αυτή η αβεβαιότητα αποτελεί θεμελιώδη ιδιότητα της κβαντομηχανικής και ότι δεν οφείλεται σε περιορισμό κάποιας συγκεκριμένης πειραματικής συσκευής. Αξίζει να σημειωθεί ότι η αρχή της αβεβαιότητας αποτελεί άλλη μια σημαντική ρήξη με την κλασική φυσική, η οποία βασίζεται στην παραδοχή ότι, κατ' αρχήν, μπορεί κανείς να λάβει ακριβείς τιμές για όλα τα φυσικά μεγέθη ταυτόχρονα. Έτσι, τα βέβαια ή απείρως ακριβή αποτελέσματα των μετρήσεων που επιτυγχάνονται από την κλασική φυσική σε μακροσκοπικό επίπεδο είναι κάτι που δεν μπορεί να επιτευχθεί σε μικροσκοπική κλίμακα.

### 1928: Η θεωρία της σχετικιστικής κβαντομηχανικής του Dirac και η πρόβλεψή της περί αντιύλης

Η σύγχρονη φυσική στηρίζεται σε δύο βασικούς πυλώνες: τη σχετικότητα και την κβαντομηχανική. Η ιδέα της ανάμειξης αυτών των δύο θεωριών σε μια ενιαία θεωρία, την *σχετικιστική κβαντομηχανική*, κατέστη αναγκαιότητα, τουλάχιστον από αισθητική άποψη. Αυτό ακριβώς πέτυχε ο Dirac το 1928. Συνδυάζοντας τη θεωρία της ειδικής σχετικότητας με την κβαντομηχανική, ο Dirac<sup>1</sup> κατέληξε σε μια εξίσωση που περιγράφει την κίνηση των ηλεκτρονίων που κινούνται με *σχετικιστικές ταχύτητες*. Αυτή η εξίσωση, γνωστή ως εξίσωση του Dirac, προέβλεψε την ύπαρξη ενός αντισωματιδίου, του ποζιτρονίου, το οποίο έχει παρόμοιες ιδιότητες, αλλά αντίθετο φορτίο, με το ηλεκτρόνιο.

### 1932: Πειραματικές αποδείξεις για την ύπαρξη αντιύλης

Αρκετά χρόνια μετά τη θεωρητική πρόβλεψή του από τον Dirac, το ποζιτρόνιο ανακαλύφθηκε πειραματικά από τον Anderson<sup>2</sup> το 1932 κατά τη μελέτη των κοσμικών ακτίνων. Κατά τη διάρκεια των πειραμάτων του με τις κοσμικές ακτίνες, ο Anderson συνάντησε απροσδόκητα ίχνη σωματιδίων στις φωτογραφίες του θαλάμου νέφωσης. Μετά από προσεκτική ανάλυση αυτών των ιχνών, ο Anderson κατέληξε στο συμπέρασμα ότι παρήχθησαν από ένα σωματίδιο που έχει την ίδια μάζα με το ηλεκτρόνιο, αλλά με αντίθετο ηλεκτρικό φορτίο. Λίγο μετά την ανακάλυψη αυτή, ο Anderson παρείχε μια πιο πειστική απόδειξη για την ύπαρξη ποζιτρονίων δημιουργώντας ζεύγη ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων βομβαρδίζοντας διάφορα υλικά με ακτίνες γάμμα. Η ανακάλυψη αυτή έδωσε μια στέρεη επιβεβαίωση για την εγκυρότητα της θεωρίας του Dirac. Αργότερα, ο Dirac γενίκευσε την αρχή αυτή σε όλα τα σωματίδια: προέβλεψε σωστά ότι κάθε σωματίδιο διαθέτει ένα αντισωματίδιο (αντιπρωτόνια, αντινετρόνια, αντιμύονια κ.ο.κ.). Αυτή η τολμηρή πρόβλεψη ήταν αρκετά επαναστατική και πρωτοποριακή το 1932, παρά το γεγονός ότι σήμερα η ύπαρξη των αντισωματιδίων θεωρείται δεδομένη.

### 1932: Μαθηματική θεμελίωση της κβαντομηχανικής

Αφού ο Heisenberg εισήγαγε τη μηχανική των πινάκων, ο John von Neumann, ένας εξαιρετικός μαθηματικός που ήταν δυσαρεστημένος με τη χρήση των πινάκων, άρχισε να αναπτύσσει τη δική του εκδοχή της κβαντομηχανικής επεξεργαζόμενος τα μαθηματικά που την διέπουν. Το 1932, δημοσίευσε το έργο του σε ένα θεμελιώδες βιβλίο<sup>3</sup> το *The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* που έχει αναγνωριστεί ότι έθεσε την κβαντομηχανική σε στέρεο μαθηματικό έδαφος. Στην προσέγγισή του, ο von Neumann εισήγαγε μια *θεωρία τελεστών*, η οποία αργότερα έγινε γνωστή ως *Άλγεβρες Neumann*. Με τη θεωρία του, ο Von Neumann μπόρεσε να εξηγήσει, με υψηλό βαθμό μαθηματικής ακρίβειας, διάφορες πτυχές της κβαντομηχανικής. Επεξεργαζόμενος τον φορμαλισμό της κβαντομηχανικής με όρους ερμιτιανών τελεστών σε χώρους Hilbert, ο Von Neumann κατόρθωσε να δομήσει μια θεωρία της κβαντομηχανικής που είναι πιο γενική, όπου η μηχανική των πινάκων και η κυματομηχανική αποτελούν ειδικές περιπτώσεις- του αποδίδεται ότι έδειξε ότι η μηχανική των πινάκων και η κυματομηχανική είναι μαθηματικά ισοδύναμες.

<sup>1</sup>P.A.M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A117, 610 (1928).

<sup>2</sup>Carl D. Anderson, *Phys. Rev.*, 43, 491 (1933).

<sup>3</sup>J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, (Springer-Verlag, Berlin, 1932). English translation: *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton University Press, Princeton, NJ, 1955).

### Κβαντομηχανική, η κεντρική κινητήρια δύναμη της σύγχρονης φυσικής

Η θεωρία της σχετικότητας και η κβαντομηχανική είναι οι δύο βασικοί πυλώνες της σύγχρονης φυσικής. Ενώ η σχετικότητα ασχολείται με ταχέως κινούμενα αντικείμενα, η κβαντομηχανική χειρίζεται την ύλη σε μικροσκοπική κλίμακα. Όντας το μόνο έγκυρο πλαίσιο για την περιγραφή του μικροφυσικού κόσμου, η κβαντομηχανική έχει γίνει απαραίτητη σε όλους τους τομείς της σύγχρονης φυσικής, όπως η φυσική στερεάς κατάστασης, η μοριακή, ατομική, πυρηνική και σωματιδιακή φυσική κ.ο.κ. Και όχι μόνο αυτό, αλλά θεωρείται επίσης θεμέλιο σε διάφορους τομείς της επιστήμης (χημεία και βιολογία) και της μηχανικής- κυρίως, στους τομείς της νανοεπιστήμης και της νανοτεχνολογίας με τις συστηματικές εφαρμογές τους στην επιστήμη, την τεχνολογία, τη φαρμακολογία και την ιατρική.

## 1.2 Σωματιδιακή φύση της ακτινοβολίας

Σύμφωνα με την κλασική φυσική, ένα σωματίδιο χαρακτηρίζεται από μια ενέργεια  $E$  και ορμή  $\vec{p}$ , ενώ ένα κύμα χαρακτηρίζεται από ένα πλάτος και ένα κυματόνυσμα  $\vec{k}$  ( $|\vec{k}| = 2\pi/\lambda$ ) που καθορίζει την διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Τα σωματίδια και τα κύματα παρουσιάζουν εντελώς διαφορετικές συμπεριφορές, για παράδειγμα, *σωματιδιακές και κυματικές ιδιότητες είναι αμοιβαία αποκλειόμενες*. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι τα κύματα μπορούν να ανταλλάσσουν *οποιοδήποτε* (συνεχές) ποσό ενέργειας με τα σωματίδια.

Σε αυτή την ενότητα θα δούμε πώς αυτές οι άκαμπτες έννοιες της κλασικής φυσικής οδήγησαν στην αποτυχία της να εξηγήσει έναν αριθμό μικροσκοπικών φαινομένων, όπως η ακτινοβολία μέλανος σώματος, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και το φαινόμενο Κόμπτον. Όπως αποδείχθηκε, αυτά τα φαινόμενα μπορούσαν να εξηγηθούν μόνο με την εγκατάλειψη των άκαμπτων έννοιες της κλασικής φυσικής και την εισαγωγή μιας νέας έννοιας: της *σωματιδιακής* φύσης της ακτινοβολίας.

### Ακτινοβολία μέλανος σώματος

Το θέμα εδώ είναι πώς η ακτινοβολία αλληλεπιδρά με την ύλη. Όταν θερμαίνεται, ένα στερεό αντικείμενο λάμπει και εκπέμπει θερμική ακτινοβολία. Καθώς η θερμοκρασία αυξάνεται, το αντικείμενο γίνεται κόκκινο, μετά κίτρινο και μετά λευκό. Η θερμική ακτινοβολία που εκπέμπεται από λαμπερά στερεά αντικείμενα αποτελείται από μια *συνεχή* κατανομή συχνοτήτων που κυμαίνονται από το υπέρυθρο έως το υπεριώδες. Το συνεχές μοτίβο του φάσματος της κατανομής βρίσκεται σε έντονη αντίθεση με την ακτινοβολία που εκπέμπεται από θερμαινόμενα αέρια. Η ακτινοβολία που εκπέμπεται από τα αέρια έχει ένα διακριτό φάσμα κατανομής: λίγες απότομες (στενές), χρωματιστές γραμμές χωρίς φως (δηλαδή σκοτάδι) στο μεταξύ τους.

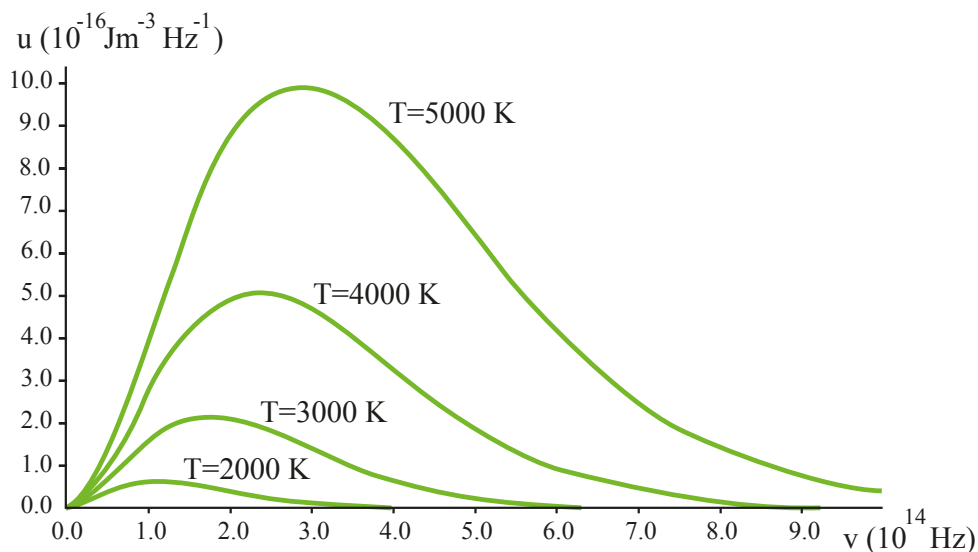
Η κατανόηση του συνεχούς χαρακτήρα της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από ένα πυρακτωμένο στερεό αντικείμενο αποτελούσε ένα από τα σημαντικότερα άλυτα προβλήματα κατά το δεύτερο μισό του δέκατου ένατου αιώνα. Όλες οι προσπάθειες να εξηγηθεί το φαινόμενο αυτό με τη βοήθεια των υφιστάμενων θεωριών της κλασικής φυσικής (στατιστική θερμοδυναμική και κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία) κατέληξαν σε οικτρή αποτυχία. Το πρόβλημα αυτό συνίστατο στην ουσία στον προσδιορισμό της κατάλληλης θεωρίας της θερμοδυναμικής που περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο η ενέργεια ανταλλάσσεται μεταξύ της ακτινοβολίας και της ύλης.

Όταν η ακτινοβολία πέφτει σε ένα αντικείμενο, ένα μέρος της μπορεί να απορροφηθεί και κάποιο να ανακλαστεί. Ένα εξιδανικευμένο “μαύρο σώμα” είναι ένα υλικό αντικείμενο που απορροφά όλη την ακτινοβολία που πέφτει πάνω του, και ως εκ τούτου εμφανίζεται ως μαύρο υπό ανάκλαση όταν φωτίζεται από έξω. Όταν ένα αντικείμενο θερμαίνεται, ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητική ενέργεια ως αποτέλεσμα της θερμικής διέγερσης των ηλεκτρονίων στην επιφάνειά του. Η ένταση αυτής της ακτινοβολίας εξαρτάται από τη συχνότητά της και από την θερμοκρασία και το φως που εκπέμπει κυμαίνεται σε όλο το φάσμα της ακτινοβολίας. Ένα αντικείμενο σε θερμική ισορροπία με το περιβάλλον του εκπέμπει τόση ενέργεια

ωση απορροφά. Συνεπώς, προκύπτει ότι ένα μέλαν σώμα είναι ένας τέλειος απορροφητής καθώς και ένας τέλειος εκπομπός ακτινοβολίας.

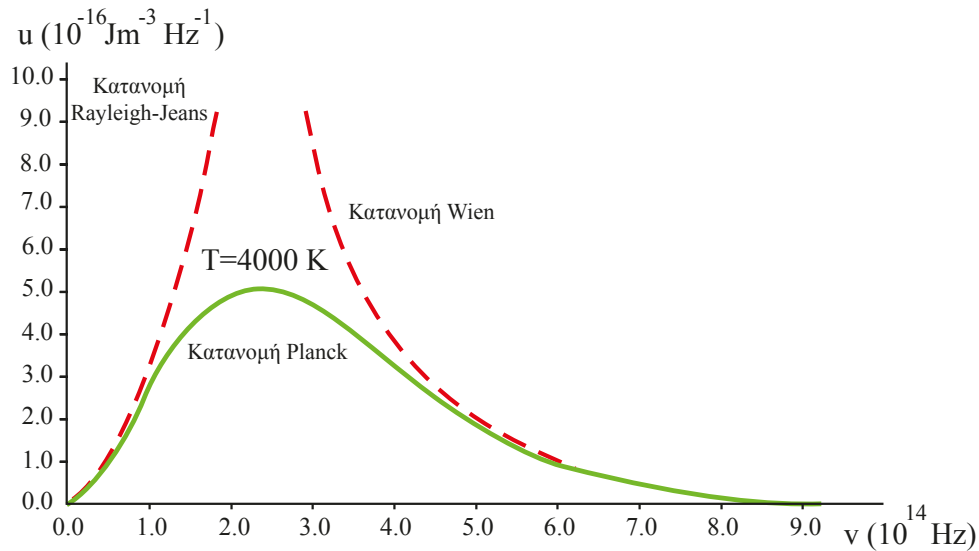
Πρακτικό ένα μέλαν σώμα μπορεί να κατασκευαστεί παίρνοντας μια κενή κοιλότητα της οποίας τα εσωτερικά τοιχώματα ανακλούν τέλεια την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία (π.χ. μεταλλικά τοιχώματα) και η οποία έχει μια πολύ μικρή οπή στην επιφάνεια. Η ακτινοβολία που εισέρχεται μέσω της οπής θα παγιδευτεί στο εσωτερικό της κοιλότητας και θα απορροφηθεί πλήρως μετά από διαδοχικές ανακλάσεις στις εσωτερικές επιφάνειες της κοιλότητας. Η οπή επομένως απορροφά την ακτινοβολία όπως ένα μαύρο σώμα. Από την άλλη πλευρά, όταν αυτή η κοιλότητα θερμανθεί<sup>1</sup> σε θερμοκρασία  $T$ , η ακτινοβολία που εξέρχεται από την οπή είναι ακτινοβολία μέλανος σώματος, διότι η οπή συμπεριφέρεται ως τέλειος εκπομπός- καθώς η θερμοκρασία αυξάνεται, η οπή θα αρχίσει τελικά να λάμπει. Για να κατανοήσουμε την ακτινοβολία στο εσωτερικό της κοιλότητας, χρειάζεται απλώς να αναλυθεί η φασματική κατανομή της ακτινοβολίας που βγαίνει από την οπή. Σε ότι ακολουθεί, ο όρος *ακτινοβολία μέλανος σώματος* θα αναφέρεται στην ακτινοβολία που εξέρχεται από την οπή μιας θερμαινόμενης κενής κοιλότητας – η ακτινοβολία που εκπέμπεται από ένα μέλαν σώμα όταν είναι θερμό ονομάζεται ακτινοβολία μέλανος σώματος.

Μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 1800, υπήρξε πληθώρα πειραματικών δεδομένων σχετικά με την ακτινοβολία μέλανος σώματος για διάφορα αντικείμενα. Όλα αυτά τα αποτελέσματα δείχνουν ότι, σε κατάσταση ισορροπίας, η εκπεμπόμενη ακτινοβολία έχει μια σαφώς καθορισμένη, συνεχή κατανομή ενέργειας: σε κάθε συχνότητα αντιστοιχεί μια ενεργειακή πυκνότητα που δεν εξαρτάται ούτε από τη χημική σύνθεση του αντικειμένου ούτε από το σχήμα του, αλλά μόνο από τη θερμοκρασία των τοιχωμάτων της κοιλότητας (Σχήμα 1.1). Η ενεργειακή πυκνότητα δείχνει ένα έντονο μέγιστο σε μια δεδομένη συχνότητα, το οποίο αυξάνεται με τη θερμοκρασία- δηλαδή, η κορυφή του φάσματος της ακτινοβολίας εμφανίζεται σε μια συχνότητα που είναι ανάλογη της θερμοκρασίας (1.21):  $\nu_{max} \propto T$ . Αυτός είναι ο βαθύτερος λόγος πίσω από την αλλαγή του χρώματος ενός θερμαινόμενου αντικειμένου καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία του, ιδίως από κόκκινο σε κίτρινο και μετά σε λευκό. Αποδείχθηκε ότι η εξήγηση του φάσματος του μέλανος σώματος δεν ήταν τόσο εύκολη.



**Σχήμα 1.1** Φασματική πυκνότητα ενέργειας  $u(\nu, T)$  της ακτινοβολίας μέλανος σώματος σε διάφορες θερμοκρασίες σαν συνάρτηση της συχνότητας  $\nu$ .

<sup>1</sup>Όταν τα τοιχώματα θερμαίνονται ομοιόμορφα σε μια θερμοκρασία  $T$ , εκπέμπουν ακτινοβολία (λόγω θερμικής διέγερσης ή δονήσεων των ηλεκτρονίων στα μεταλλικά τοιχώματα).



**Σχήμα 1.2** Σύγκριση των διαφόρων φασματικών πυκνοτήτων: ενώ η κατανομή Planck και οι πειραματικές κατανομές ταιριάζουν απόλυτα (συμπαγής καμπύλη), η κατανομή Rayleigh-Jeans και η κατανομή Wien (διακεκομμένες καμπύλες) συμφωνούν εν μέρει με την πειραματική κατανομή.

Υπήρξαν διάφορες προσπάθειες για να εξηγηθεί η προέλευση του συνεχούς χαρακτήρα αυτής της ακτινοβολίας. Οι πιο σοβαρές από αυτές τις προσπάθειες, και οι οποίες έκαναν χρήση της κλασικής φυσικής, οφείλονται στον Wilhelm Wien το 1889 και στον Rayleigh το 1900. Το 1879 ο J. Stefan διαπίστωσε πειραματικά ότι η συνολική ένταση (ή η συνολική ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας) που εκπέμπεται από ένα λαμπερό αντικείμενο θερμοκρασίας  $T$  δίνεται από τη σχέση

$$\mathcal{P} = a\sigma T^4 \quad (1.6)$$

η οποία είναι γνωστή ως νόμος Stefan-Boltzmann, όπου  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  είναι η σταθερά Stefan-Boltzmann, και  $a$  είναι ένας συντελεστής που είναι μικρότερος ή ίσος με 1- στην περίπτωση ενός μέλανος σώματος  $a = 1$ . Στη συνέχεια, το 1884 ο Boltzmann έδωσε μια θεωρητική εξήγηση για τον πειραματικό νόμο του Stefan συνδυάζοντας τη θερμοδυναμική και τη θεωρία του Maxwell για τον ηλεκτρομαγνητισμό.

#### Κατανομή ενεργειακής πυκνότητας του Wien

Χρησιμοποιώντας θερμοδυναμικά επιχειρήματα, ο Wien πήρε το νόμο Stefan-Boltzmann (1.6) και το 1894 τον επέκτεινε για να υπολογίσει την ενεργειακή πυκνότητα ανά μονάδα συχνότητας της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας μέλανος σώματος

$$u(\nu, T) = A\nu^3 e^{-\beta\nu/T} \quad (1.7)$$

όπου  $A$  και  $\beta$  είναι εμπειρικά καθορισμένες παράμετροι (μπορούν να προσαρμόζονται για να ταιριάζουν με τα πειραματικά δεδομένα).

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ** Το  $u(\nu, T)$  έχει διαστάσεις ενέργειας ανά μονάδα όγκου και ανά μονάδα συχνότητας – οι μονάδες SI είναι  $\text{J m}^{-3} \text{ Hz}^{-1}$ . Αν και ο τύπος του Wien ταιριάζει με τα δεδομένα υψηλής συχνότητας αξιωματικά καλά, αποτυγχάνει σοβαρά στις χαμηλές συχνότητες (Σχήμα 1.2).

#### Κατανομή ενεργειακής πυκνότητας του Rayleigh

Στην προσπάθειά του το 1900, ο Rayleigh επικεντρώθηκε στην κατανόηση τη φύση της ηλεκτρομαγνητικής

ακτινοβολίας στο εσωτερικό της κοιλότητας. Ο ίδιος θεωρούσε ότι η ακτινοβολία αποτελείται από στάσιμα κύματα που έχουν θερμοκρασία  $T$  με κόμβους στις μεταλλικές επιφάνειες. Αυτά τα στάσιμα κύματα, υποστήριξε, είναι ισοδύναμα με αρμονικούς ταλαντωτές, διότι προκύπτουν από τις αρμονικές ταλαντώσεις ενός μεγάλου αριθμού ηλεκτρικών φορτίων, των ηλεκτρονίων, που υπάρχουν στα τοιχώματα της κοιλότητας. Όταν η κοιλότητα βρίσκεται σε θερμική ισορροπία, η πυκνότητα ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας στο εσωτερικό της κοιλότητας είναι ίση με την ενεργειακή πυκνότητα των φορτισμένων σωματιδίων στα τοιχώματα της κοιλότητας. Η μέση συνολική ενέργεια της ακτινοβολίας που εξέρχεται από την κοιλότητα μπορεί να προκύψει πολλαπλασιάζοντας τη μέση ενέργεια των ταλαντωτών με τον αριθμό των κανονικών τρόπων (στάσιμων κυμάτων) της ακτινοβολίας στο διάστημα συχνοτήτων  $\nu$  έως  $\nu + d\nu$

$$N(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad (1.8)$$

όπου  $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  είναι η ταχύτητα του φωτός- η ποσότητα  $(8\pi\nu^2/c^3)d\nu$  δίνει τον αριθμό των τρόπων ταλάντωσης ανά μονάδα όγκου στην περιοχή συχνοτήτων  $\nu$  έως  $\nu + d\nu$ . Έτσι, η πυκνότητα ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας στην περιοχή συχνοτήτων  $\nu$  έως  $\nu + d\nu$  δίνεται από τη σχέση

$$u(\nu, T) = N(\nu)\langle E \rangle = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\langle E \rangle \quad (1.9)$$

όπου  $\langle E \rangle$  είναι η μέση ενέργεια των ταλαντωτών που υπάρχουν στα τοιχώματα της κοιλότητας (ή της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε αυτό το διάστημα συχνοτήτων) η εξάρτηση από τη θερμοκρασία του  $u(\nu, T)$  είναι θαμμένη στο  $\langle E \rangle$ .

Πώς υπολογίζεται το  $\langle E \rangle$ ; Σύμφωνα με το θεώρημα ισοκατανομής της κλασικής θερμοδυναμικής, όλοι οι ταλαντωτές στην κοιλότητα έχουν την ίδια μέση ενέργεια, ανεξαρτήτως των συχνοτήτων τους<sup>1</sup>

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^\infty E e^{-E/kT} dE}{\int_0^\infty e^{-E/kT} dE} = kT \quad (1.10)$$

όπου  $k = 1.3807 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  είναι η σταθερά Boltzmann. Μια εισαγωγή του (1.10) στην (1.9) οδηγεί στον τύπο Rayleigh-Jeans

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad (1.11)$$

Εκτός από τις χαμηλές συχνότητες, ο νόμος αυτός διαφωνεί πλήρως με τα πειραματικά δεδομένα: Το  $u(\nu, T)$  όπως δίνεται από την (1.11) αποκλίνει για υψηλές τιμές του  $\nu$ , ενώ πειραματικά πρέπει να είναι πεπερασμένο (Σχήμα 1.2). Επιπλέον, αν ολοκληρώσουμε την (1.11) σε όλες τις συχνότητες, το ολοκλήρωμα αποκλίνει. Αυτό σημαίνει ότι η κοιλότητα περιέχει μια πεπερασμένη ποσότητα ενέργειας. Αυτό το αποτέλεσμα είναι παράλογο. Ιστορικά, αυτό ονομαζόταν *υπεριώδης καταστροφή*, επειδή η (1.11) αποκλίνει για *υψηλές* συχνότητες (δηλαδή, στην *υπεριώδη* περιοχή) – μια πραγματικά καταστροφική αποτυχία της κλασικής φυσικής! Η προέλευση αυτής της αποτυχίας μπορεί να εντοπιστεί στον υπολογισμό της μέσης ενέργειας (1.10). Βασίστηκε σε μια λανθασμένη παραδοχή: η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ βασίστηκε σε μια λανθασμένη παραδοχή: η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ ακτινοβολίας και της ύλης είναι *συνεχής*, οποιαδήποτε ποσότητα ενέργειας μπορεί να ανταλλάσσεται.

### Κατανομή ενεργειακής πυκνότητας του Planck

Επινοώντας ένα έξυπνο σύστημα-παρεμβολή μεταξύ του κανόνα του Wien και του κανόνα Rayleigh-Jeans, ο Planck κατάφερε το 1900 να αποφύγει την υπεριώδη καταστροφή και να προτείνει μια ακριβή περιγραφή

<sup>1</sup>Χρησιμοποιώντας μια αλλαγή μεταβλητής  $\beta = 1/(kT)$ , έχουμε  $\langle E \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \left( \int_0^\infty e^{-\beta E} dE \right) = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln(1/\beta) = 1/\beta \equiv kT$ .

της ακτινοβολίας μέλανος σώματος. Σε πλήρη αντίθεση με τον κανόνα του Rayleigh ότι ένα στάσιμο κύμα μπορεί να ανταλλάξει οποιαδήποτε ποσότητα (“συνεχή”) ενέργειας με την ύλη, ο Planck θεώρησε ότι η ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ ακτινοβολίας και ύλης πρέπει να είναι *διακριτή*. Στη συνέχεια υποστήριξε ότι η ενέργεια της ακτινοβολίας (συχνότητας  $\nu$ ) που εκπέμπεται από τα ταλαντούμενα φορτία (από τα τοιχώματα της κοιλότητας) πρέπει να εμφανίζεται *μόνο σε ακέραια πολλαπλάσια των  $h\nu$*

$$E = n h \nu \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.12)$$

όπου  $h$  είναι μια παγκόσμια σταθερά και  $h\nu$  είναι η ενέργεια ενός *κβάντου* της ακτινοβολίας (Το  $\nu$  αντιπροσωπεύει τη συχνότητα του ταλαντούμενου φορτίου στα τοιχώματα της κοιλότητας καθώς και την συχνότητα της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από τα τοιχώματα, επειδή η συχνότητα της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από ένα ταλαντούμενο φορτισμένο σωματίδιο είναι ίση με τη συχνότητα ταλάντωσης του ίδιου του σωματιδίου). Δηλαδή, η ενέργεια ενός ταλαντωτή φυσικής συχνότητας  $\nu$  (η οποία αντιστοιχεί στην ενέργεια ενός φορτίου που ταλαντώνεται με συχνότητα  $\nu$ ) πρέπει να είναι ένα *ακέραιο πολλαπλάσιο* του  $h\nu$ . Σημειώστε ότι το  $h\nu$  δεν είναι το ίδιο για όλους τους ταλαντωτές, επειδή εξαρτάται από τη συχνότητα κάθε ταλαντωτή. Η κλασική μηχανική, ωστόσο, δεν θέτει κανέναν απολύτως περιορισμό στη συχνότητα, και ως εκ τούτου στην ενέργεια που μπορεί να έχει ένας ταλαντωτής. Η ενέργεια ταλαντωτών, όπως τα εκκρεμή, τα συστήματα μάζας-ελατηρίου και οι ηλεκτρικοί ταλαντωτές, μεταβάλλεται συνεχώς ως προς τη συχνότητα. Η εξίσωση (1.12) είναι γνωστή ως *Κανόνας κβάντωσης του Planck* για την ενέργεια ή *Αξίωμα του Planck*.

Έτσι, υποθέτοντας ότι η ενέργεια ενός ταλαντωτή είναι κβαντισμένη, ο Planck έδειξε ότι η *σωστή* θερμοδυναμική σχέση για την μέση ενέργεια μπορεί να προκύψει αντικαθιστώντας απλώς την ολοκλήρωση της (1.10), που αντιστοιχεί σε ένα ενεργειακό συνεχές, με μια *διακριτή* άθροιση που αντιστοιχεί στη διακριτότητα της ενέργειας των ταλαντωτών<sup>1</sup>

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n h \nu e^{-n h \nu / k T}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n h \nu / k T}} = \frac{h \nu}{e^{h \nu / k T} - 1} \quad (1.13)$$

και επομένως, εισάγοντας το (1.13) στο (1.9), η ενεργειακή πυκνότητα ανά μονάδα συχνότητας ακτινοβολίας που εκπέμπεται από την οπή μιας κοιλότητας δίνεται από τη σχέση

$$u(\nu, T) = \frac{8 \pi \nu^2}{c^3} \frac{h \nu}{e^{h \nu / k T} - 1} \quad (1.14)$$

Αυτό είναι γνωστό ως *κατανομή του Planck*. Δίνει μια ακριβή προσαρμογή στις διάφορες πειραματικές κατανομές ακτινοβολίας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2. Η αριθμητική τιμή του  $h$  που προκύπτει από την προσαρμογή (1.14) στα πειραματικά δεδομένα είναι  $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$ . Πρέπει να σημειώσουμε ότι, όπως φαίνεται στο Παράδειγμα 1.2 (βλέπε Εξ. (1.17)), μπορούμε να ξαναγράψουμε την πυκνότητα ενέργειας του Planck (1.14) για να βρούμε την πυκνότητα ενέργειας ανά μονάδα μήκους κύματος

$$\tilde{u}(\lambda, T) = \frac{8 \pi h c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{h c / \lambda k T} - 1} \quad (1.15)$$

Ας δούμε τώρα τη συμπεριφορά της κατανομής του Planck (1.14) στα όρια τόσο των χαμηλών όσο και των υψηλών συχνοτήτων και στη συνέχεια ας προσπαθήσουμε να καθορίσουμε τη σύνδεσή της με τις σχέσεις των Rayleigh-Jeans, Stefan-Boltzmann και Wien. Πρώτον, στην περίπτωση των πολύ χαμηλών συχνοτήτων  $h\nu \ll kT$ , μπορούμε να δείξουμε ότι η (1.14) ανάγεται στο νόμο Rayleigh-Jeans (1.11), αφού

<sup>1</sup>Για να προκύψει η (1.13) χρειάζονται:  $1/(1-x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n$  και  $x/(1-x)^2 = \sum_{n=0}^{\infty} n x^n$  με  $x = e^{-h\nu/kT}$ .



$\exp(h\nu/kT) \simeq 1 + h\nu/kT$ . Επιπλέον, αν ολοκληρώσουμε την κατανομή Planck (1.14) σε όλο το φάσμα (όπου χρησιμοποιούμε μια αλλαγή μεταβλητής  $x = h\nu/kT$  και κάνουμε χρήση ενός ειδικού ολοκληρώματος<sup>1</sup>), λαμβάνουμε τη συνολική πυκνότητα ενέργειας η οποία εκφράζεται από τη συνολική ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας των Stefan-Boltzmann(1.6) ως εξής

$$\int_0^\infty u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu = \frac{8\pi k^4 T^4}{h^3 c^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{8\pi^5 k^4}{15 h^3 c^3} T^4 = \frac{4}{c} \sigma T^4 \quad (1.16)$$

όπου  $\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15 h^3 c^2 = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  είναι η σταθερά Stefan-Boltzmann. Με αυτόν τον τρόπο, η σχέση του Planck (1.14) οδηγεί σε μια *πεπερασμένη* συνολική πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από ένα μέλαν σώμα, και επομένως αποφεύγεται η υπερϊώδης καταστροφή. Δεύτερον, στο όριο των *υψηλών* συχνοτήτων, μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι η κατανομή του Planck (1.14) αποδίδει τον κανόνα του Wien (1.7).

Εν κατακλείδι, το φάσμα της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος φανερώνει την κβάντωση της ακτινοβολίας, και κυρίως τη σωματιδιακή συμπεριφορά των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Η εισαγωγή της σταθεράς  $h$  είχε πράγματι προαναγγείλει το τέλος της κλασικής φυσικής και την αγωγή μιας νέας εποχής: της φυσικής των μικροφυσικού κόσμου. Διεγερμένη από την επιτυχία της κβάντισης της ακτινοβολίας του Planck, άλλοι φυσικοί, ιδιαίτερα οι Einstein, Compton, de Broglie, και Bohr, την προσάρμοσαν επιδέξια για να εξηγήσουν ένα πλήθος άλλων σημαντικών προβλημάτων που παρέμεναν αναπάντητα για δεκαετίες.

### Παράδειγμα 1.1 Νόμος μετατόπισης του Wien

(α) Δείξτε πώς μπορείτε να παράγετε την Εξ. (1.15) η οποία δίνει την πυκνότητα ενέργειας Planck ανά μονάδα μήκους κύματος.

(β) Δείξτε ότι το *μέγιστο* της πυκνότητας ενέργειας Planck ανά μονάδα μήκους κύματος (1.15) εμφανίζεται για μήκος κύματος της μορφής  $\lambda_{max} = b/T$ , όπου  $T$  είναι η θερμοκρασία και  $b$  είναι ένα σταθερά που πρέπει να εκτιμηθεί.

(γ) Χρησιμοποιήστε τη σχέση που προέκυψε στο (α) για να εκτιμήσετε την επιφανειακή θερμοκρασία ενός αστέρα, αν η ακτινοβολία που εκπέμπει έχει μέγιστη τιμή έντασης σε μήκος κύματος 446 nm. Ποια είναι η ένταση που εκπέμπει το άστρο;

(δ) Να εκτιμήσετε το μήκος κύματος και την ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από ένα πυρακτωμένο νήμα βολφραμίου του οποίου η επιφανειακή θερμοκρασία είναι 3300 K.

#### Λύση

(α) Εφόσον  $\nu = c/\lambda$ , έχουμε  $d\nu = |d\nu/(d\lambda)| d\lambda = (c/\lambda^2) d\lambda$ , μπορούμε έτσι να γράψουμε την πυκνότητα ενέργειας του Planck (1.14) ως προς το μήκος κύματος ως εξής:

$$\tilde{u}(\lambda, T) = u(\nu, T) \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}. \quad (1.17)$$

(β) Το *μέγιστο* του  $\tilde{u}(\lambda, T)$  αντιστοιχεί στο  $\partial \tilde{u}(\lambda, T) / \partial \lambda = 0$ , το οποίο δίνει

$$\frac{8\pi hc}{\lambda^6} \left[ -5 \left( 1 - e^{-hc/\lambda kT} \right) + \frac{hc}{\lambda kT} \right] \frac{e^{hc/\lambda kT}}{\left( e^{hc/\lambda kT} - 1 \right)^2} = 0 \quad (1.18)$$

και επομένως

$$\frac{\alpha}{\lambda} = 5 \left( 1 - e^{-\alpha/\lambda} \right) \quad (1.19)$$

<sup>1</sup>Στην ολοκλήρωση (1.16), πρέπει να κάνουμε χρήση αυτού του ολοκληρώματος  $\int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$

όπου  $\alpha = hc/(kT)$ . Μπορούμε να λύσουμε αυτή την υπερβατική εξίσωση είτε γραφικά είτε αριθμητικά γράφοντας  $\alpha/\lambda = 5 - \varepsilon$ . Εισάγοντας αυτή την τιμή στο (1.19), λαμβάνουμε  $5 - \varepsilon = 5 - 5e^{-5+\varepsilon}$ , η οποία οδηγεί σε μια ενδεικτική προσεγγιστική λύση  $\varepsilon \approx 5e^{-5} = 0.0337$  και συνεπώς  $\alpha/\lambda = 5 - 0.0337 = 4.9663$ . Εφόσον  $\alpha = hc/(kT)$  και χρησιμοποιώντας τις τιμές  $h = 6.626 \times 10^{-34}$  J s και  $k = 1.3807 \times 10^{-23}$  J K<sup>-1</sup>, μπορούμε να γράψουμε το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στο μέγιστο της πυκνότητα ενέργειας Planck (1.14) ως εξής

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{4.9663kT} = \frac{2898.9 \times 10^{-6} \text{ m K}}{T} \quad (1.20)$$

Αυτή η σχέση, η οποία δείχνει ότι το  $\lambda_{max}$  μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας του σώματος, ονομάζεται *Νόμος μετατόπισης του Wien*. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό του μήκους κύματος που αντιστοιχεί στη μέγιστη ένταση εάν είναι γνωστή η θερμοκρασία του σώματος ή, αντίστροφα, για να προσδιορίσει τη θερμοκρασία του σώματος που ακτινοβολεί, εάν το μήκος κύματος της μέγιστης έντασης είναι γνωστό. Ο νόμος αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί, συγκεκριμένα, για την εκτίμηση της θερμοκρασίας των αστέρων (ή λαμπερών αντικειμένων) από την ακτινοβολία τους, όπως φαίνεται στο μέρος (β). Από την (1.20) λαμβάνουμε

$$\nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{max}} = \frac{4.9663}{h} kT \quad (1.21)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι η κορυφή του φάσματος της ακτινοβολίας εμφανίζεται σε συχνότητα που είναι ανάλογη της θερμοκρασίας.

(γ) Εάν η ακτινοβολία που εκπέμπεται από το άστρο έχει μέγιστη ένταση σε μήκος κύματος  $\lambda_{max} = 446$  nm, η επιφανειακή θερμοκρασία του δίνεται από τη σχέση

$$T = \frac{2898.9 \times 10^{-6} \text{ m K}}{446 \times 10^{-9} \text{ m}} \simeq 6500 \text{ K} \quad (1.22)$$

Χρησιμοποιώντας το νόμο Stefan-Boltzmann (1.6), και υποθέτοντας ότι ο αστέρας ακτινοβολεί σαν μέλαν σώμα, μπορούμε να εκτιμήσουμε τη συνολική ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας που εκπέμπεται στην επιφάνεια του άστρου

$$\mathcal{P} = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \times (6500 \text{ K})^4 \simeq 101.2 \times 10^6 \text{ W m}^{-2} \quad (1.23)$$

Πρόκειται για μια τεράστια ένταση η οποία θα μειωθεί καθώς θα εξαπλώνεται στο διάστημα.

(δ) Το μήκος κύματος της μέγιστης έντασης της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας από ένα πυρακτωμένο νήμα βολφραμίου θερμοκρασίας 3300 K είναι

$$\lambda_{max} = \frac{2898.9 \times 10^{-6} \text{ m K}}{3300 \text{ K}} \simeq 878.45 \text{ nm} \quad (1.24)$$

Η ένταση (ή η συνολική ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας) που εκπέμπεται από το νήμα δίνεται από τη σχέση

$$\mathcal{P} = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4} \times (3300 \text{ K})^4 \simeq 6.7 \times 10^6 \text{ W m}^{-2} \quad (1.25)$$

## 1.2.1 Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο παρέχει μια άμεση επιβεβαίωση για την κβάντωση της ενέργειας του φωτός. Το 1887 ο Hertz ανακάλυψε το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο: Παρατηρήθηκε ότι ηλεκτρόνια<sup>1</sup> εκτοξεύονται από τα μέταλλα όταν αυτά ακτινοβολούνται με φως (Σχήμα 1.3). Επιπλέον, οι ακόλουθοι πειραματικοί νόμοι ανακαλύφθηκαν πριν από το 1905

<sup>1</sup>Το 1899 ο J. J. Thomson επιβεβαίωσε ότι τα σωματίδια που προκαλούν το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (δηλαδή τα σωματίδια που εκτοξεύονται από τα μέταλλα) είναι τα ηλεκτρόνια.